

2.3 INTEGRACIÓN "POR PARTES"

FÓRMULA DE INTEGRACIÓN POR PARTES

$$\int u dv = uv - \int v du$$

EJERCICIO RESUELTO

Calcula las siguientes integrales:

a) $\int (2x + 1) e^x dx$

b) $\int e^x \cos x dx$

RESOLUCIÓN

a) Llamamos: $\begin{cases} u = 2x + 1 \rightarrow du = 2 dx \\ dv = e^x dx \rightarrow v = e^x \end{cases}$; y aplicamos la fórmula:

$$\int (2x + 1) e^x dx = (2x + 1) e^x - \int 2e^x dx = (2x + 1) e^x - 2e^x + k = (2x - 1) e^x + k$$

b) ① $\begin{cases} u_1 = e^x \rightarrow du_1 = e^x dx \\ dv_1 = \cos x dx \rightarrow v_1 = \text{sen } x \end{cases}$ ② $\begin{cases} u_2 = e^x \rightarrow du_2 = e^x dx \\ dv_2 = \text{sen } x dx \rightarrow v_2 = -\cos x \end{cases}$

$$\underbrace{\int e^x \cos x dx}_I \stackrel{\textcircled{1}}{=} e^x \text{sen } x - \int e^x \text{sen } x dx \stackrel{\textcircled{2}}{=} e^x \text{sen } x + e^x \cos x - \underbrace{\int e^x \cos x dx}_I$$

$$\Rightarrow 2I = e^x \text{sen } x + e^x \cos x \Rightarrow I = \frac{e^x \text{sen } x + e^x \cos x}{2} + k$$

1 Aplica la integración por partes para resolver estas integrales:

a) $\int 3x e^x dx$

b) $\int (x^2 + 1) e^x dx$ (Aplica dos veces el método)

c) $\int (x + 1) \cos x dx$

d) $\int (x^2 + 2) \text{sen } x dx$

e) $\int (x + 1)^2 e^x dx$

f) $\int x^2 \ln x dx$ ($u = \ln x$; $dv = x^2 dx$)

g) $\int \text{arc } \text{tg } x dx$ ($u = \text{arc } \text{tg } x$; $dv = dx$)

h) $\int e^x \text{sen } x dx$

Página 21

1 a) $3xe^x - 3e^x + k$

b) $(x^2 + 1)e^x - 2xe^x + 2e^x + k = (x^2 - 2x + 3)e^x + k$

c) $(x + 1) \operatorname{sen} x + \cos x + k$

d) $-(x^2 + 2) \cos x + 2x \operatorname{sen} x + 2 \cos x + k =$
 $= -x^2 \cos x + 2x \operatorname{sen} x + k$

e) $(x + 1)^2 e^x - 2(x + 1) e^x + 2e^x + k = (x^2 + 1) e^x + k$

f) $\frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + k$

g) $x \operatorname{arc} \operatorname{tg} x - \frac{1}{2} \ln |1 + x^2| + k$

h) $\frac{-e^x \cos x + e^x \operatorname{sen} x}{2} + k$