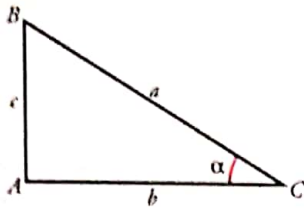


1.1 RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO



En un triángulo rectángulo las razones trigonométricas de un ángulo agudo son:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{c}{b}$$

Si conocemos una razón trigonométrica, podemos hallar las otras dos mediante las relaciones:

$$\text{I) } \operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$$

$$\text{II) } \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

- 1 En un triángulo rectángulo un cateto mide 4 cm y la hipotenusa, 5 cm. Halla las razones trigonométricas del ángulo menor.

- 2 El seno de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo es igual a $\frac{1}{3}$ y la hipotenusa mide 18 cm. Halla: a) los catetos. b) las razones trigonométricas del otro ángulo agudo.

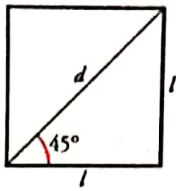
- 3 En un triángulo rectángulo conocemos $\operatorname{tg} \alpha = 2,5$ y el cateto opuesto al ángulo α , que mide 15 cm. Halla el otro cateto y la hipotenusa.

- 4 Completa la siguiente tabla, utilizando las relaciones I y II entre las razones trigonométricas:

$\operatorname{sen} \alpha$	$\operatorname{cos} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\frac{2}{3}$		
	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
		$\sqrt{5}$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE 45°, 60° Y 30°

- 5 En un cuadrado de lado l , trazamos una de sus diagonales, d . Así obtenemos dos triángulos rectángulos isósceles, cuyos ángulos agudos miden 45°.



a) Comprueba, mediante el teorema de Pitágoras, que la diagonal es igual a $l\sqrt{2}$.

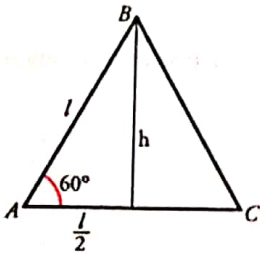
b) Halla las razones trigonométricas del ángulo de 45°.

$$\text{sen } 45^\circ =$$

$$\text{cos } 45^\circ =$$

$$\text{tg } 45^\circ =$$

- 6 En un triángulo equilátero de lado l trazamos una de sus alturas. Obtenemos así dos triángulos rectángulos.



a) Comprueba, mediante el teorema de Pitágoras, que la altura es igual a $\frac{l\sqrt{3}}{2}$.

b) Halla las razones trigonométricas del ángulo de 60°.

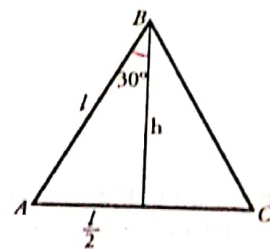
$$\text{sen } 60^\circ =$$

$$\text{cos } 60^\circ =$$

$$\text{tg } 60^\circ =$$

- 7 En el triángulo equilátero del ejercicio anterior podemos hallar las razones trigonométricas del ángulo de 30°, puesto que la altura, h , coincide con la bisectriz del ángulo B .

Halla las razones trigonométricas del ángulo de 30°.



$$\text{sen } 30^\circ =$$

$$\text{cos } 30^\circ =$$

$$\text{tg } 30^\circ =$$

- 8 Indica, en cada caso, cuál es el ángulo α que verifica:

a) $\text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\text{cos } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\text{tg } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\text{cos } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

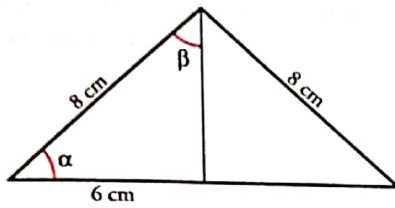
e) $\text{tg } \alpha = 1$

f) $\text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

EJERCICIO RESUELTO

En un triángulo isósceles los lados iguales miden 8 cm, respectivamente, y el lado desigual 12 cm. ¿Cuánto miden sus ángulos?

RESOLUCIÓN



Trazamos la altura para formar triángulos rectángulos, y hallamos el ángulo β en uno de ellos:

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow (\text{DEG}) \text{ INV } \text{ SIN } 0,75 \text{ = } \text{ INV } \text{ °''} \Rightarrow \beta = 48^\circ 35' 25''$$

El ángulo desigual mide $2\beta = 97^\circ 10' 50''$.

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow (\text{DEG}) \text{ INV } \text{ COS } 0,75 \text{ = } \text{ INV } \text{ °''} \Rightarrow \alpha = 41^\circ 24' 35'' \text{ es el valor de cada uno de los ángulos iguales.}$$

- 9 En un triángulo rectángulo un cateto mide 7 cm y la hipotenusa, 12 cm. ¿Cuánto miden sus ángulos agudos?

- 10 Halla las razones trigonométricas de un ángulo agudo del que sabemos que el seno es la mitad del coseno.

- 11 ¿Existe algún ángulo α tal que $\operatorname{sen} \alpha = \frac{2}{5}$ y $\operatorname{cos} \alpha = \frac{3}{5}$? Justifica la respuesta.

- 12 ¿Puede ser el seno de un ángulo igual a $\frac{1}{7}$ y su tangente igual a $\frac{\sqrt{3}}{12}$? En caso afirmativo, halla el ángulo y su coseno.

- 13 En un triángulo rectángulo conocemos la hipotenusa, $a = 18$ cm, y uno de los ángulos agudos, $\alpha = 58^\circ$. Halla los catetos y el área del triángulo.

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS

Página 3

1 $\text{sen } \alpha = \frac{3}{5}, \text{cos } \alpha = \frac{4}{5}, \text{tg } \alpha = \frac{3}{4}$

2 a) $b = 6 \text{ cm} \quad c = 12\sqrt{2} \text{ cm}$

b) $\text{sen } \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \text{cos } \beta = \frac{1}{3}, \text{tg } \beta = 2\sqrt{2}$

3 $c = 6 \text{ cm}, a = \sqrt{261} \text{ cm}$

4

$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\text{tg } \alpha$
$2/3$	$\sqrt{5}/3$	$2/\sqrt{5}$
$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$
$\sqrt{5}/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$

Página 4

5 $\text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{tg } 45^\circ = 1$

6 $\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}, \text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$

7 $\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}, \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

- 8 a) 60° b) 45° c) 30°
d) 30° e) 45° f) 45°

Página 5

9 $35^\circ 41' 7''$ y $54^\circ 18' 53''$

10 $\text{sen } \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \text{cos } \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \text{tg } \alpha = \frac{1}{2}$

11 No; $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 \neq 1$

12 Si; $\text{cos } \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{7}, \alpha = 8^\circ 12' 48''$

13 $b = 18 \text{ sen } 58^\circ \approx 15,3 \text{ cm}$
 $c = 18 \text{ cos } 58^\circ \approx 9,5 \text{ cm}$
Área $\approx 72,7 \text{ cm}^2$

Página 6

1 $\text{cos } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}; \text{tg } \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

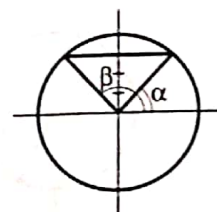
- 2 a) $\text{sen } \alpha \approx -0,85, \text{tg } \alpha \approx -1,64$
b) $\text{cos } \alpha \approx -0,92, \text{tg } \alpha \approx -0,44$
c) $\text{sen } \alpha \approx 0,86, \text{cos } \alpha \approx 0,51$
d) $\text{sen } \alpha \approx -0,93, \text{cos } \alpha \approx -0,37$
e) $\text{sen } \alpha \approx 0,71, \text{tg } \alpha \approx -1,02$
f) $\text{cos } \alpha \approx -0,94, \text{tg } \alpha \approx 0,37$

3

α	0°	90°	180°	270°	360°
$\text{sen } \alpha$	0	1	0	-1	0
$\text{cos } \alpha$	1	0	-1	0	1
$\text{tg } \alpha$	0	No existe	0	No existe	0

Página 7

4 a)



$\text{cos } \alpha = 0,66, \text{tg } \alpha = 1,13$
 $\text{cos } \beta = -0,66, \text{tg } \beta = -1,13$