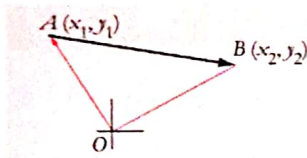


2.1 OBTENCIÓN DE PUNTOS MEDIANTE VECTORES

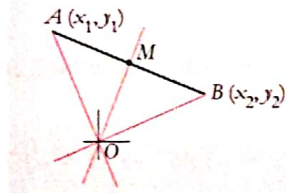


Coordenadas del vector que une dos puntos

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (x_2, y_2) - (x_1, y_1) \rightarrow \vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

Punto medio de un segmento

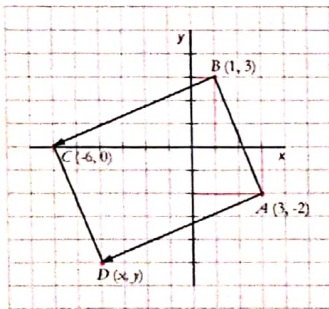
Las coordenadas del punto medio M del segmento AB son:



$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

EJERCICIO RESUELTO

Dados los puntos $A(3, -2)$, $B(1, 3)$ y $C(-6, 0)$, halla el punto D de modo que $ABCD$ sea un paralelogramo.



RESOLUCIÓN

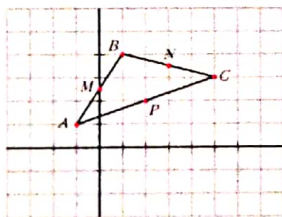
Los vectores \vec{AD} y \vec{BC} tienen el mismo módulo, dirección y sentido. Por tanto, $\vec{AD} = \vec{BC}$.

$$(x, y) - (3, -2) = (-6, 0) - (1, 3)$$

$$(x - 3, y + 2) = (-7, -3) \longrightarrow \begin{cases} x - 3 = -7 & \rightarrow x = -4 \\ y + 2 = -3 & \rightarrow y = -5 \end{cases}$$

$$D(-4, -5)$$

1 En el triángulo de vértices $A(-1, 1)$, $B(1, 4)$ y $C(5, 3)$, halla:



a) Los puntos medios de los lados, M , N y P .

b) Las coordenadas de los vectores \vec{AN} , \vec{CM} , \vec{BP} .

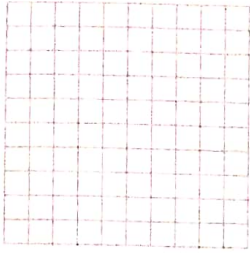
2 De un segmento \overline{AB} conocemos un extremo, $A(1, 5)$, y su punto medio, $M(3, 4)$. Halla las coordenadas de B .

3 Halla el punto Q simétrico de $P(-3, 2)$ respecto del punto $H(2, 0)$.

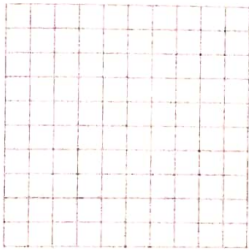
• H es el punto medio de PQ .

4 En el paralelogramo del ejercicio resuelto, comprueba que el punto medio de las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} es el mismo.

- 5 De un paralelogramo conocemos dos vértices consecutivos, $A(-3, 1)$ y $B(1, 4)$, y el centro del paralelogramo, $M(3, 0)$. Halla los otros vértices, simétricos de A y B con respecto a M .



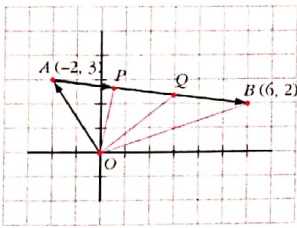
- 6 Dado el segmento de extremos $A(1, 4)$ y $B(5, -4)$, determina los puntos que lo dividen en cuatro partes iguales.



EJERCICIO RESUELTO

Halla los puntos que dividen al segmento de extremos $A(-2, 3)$ y $B(6, 2)$ en tres partes iguales.

RESOLUCIÓN



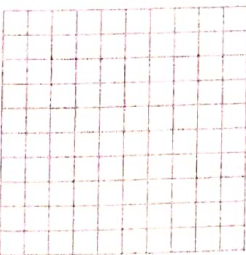
$$\vec{AB} = (6, 2) - (-2, 3) = (8, -1)$$

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP} = \vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{AB} = (-2, 3) + \frac{1}{3}(8, -1) = \left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$$

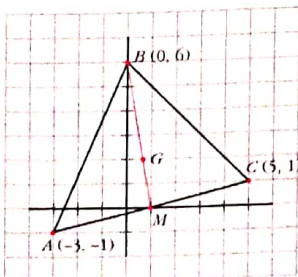
Q es el punto medio de PB .

$$Q\left(\frac{2/3 + 6}{2}, \frac{8/3 + 2}{2}\right) = \left(\frac{10}{3}, \frac{7}{3}\right). \text{ Así: } P\left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right) \text{ y } Q\left(\frac{10}{3}, \frac{7}{3}\right)$$

- 7 Halla los puntos que dividen al segmento de extremos $C(1, -1)$ y $D(5, 3)$ en tres partes iguales.



- 8 Recuerda que el baricentro de un triángulo está sobre una mediana, a $1/3$ del lado y $2/3$ del vértice opuesto. En la figura adjunta halla el baricentro G del triángulo ABC .



- 9 Dado el segmento de extremos $A(-1, -1)$ y $B(3, 1)$, halla el punto P que verifique $2\vec{AP} = -3\vec{BP}$.

$$\uparrow \vec{v}_1(0, 5) \text{ y } \vec{v}_2(0, -5)$$

$$\uparrow \vec{u}_1(2, 6) \text{ y } \vec{u}_2(-2, -6)$$

$$\uparrow n = 0$$

Página 11

$$\uparrow x = \frac{-3}{2}, \quad x = \frac{2}{3}$$

$$\uparrow \vec{v}_1(\sqrt{2}, -7\sqrt{2}) \text{ y } \vec{v}_2(-\sqrt{2}, 7\sqrt{2})$$

$$\uparrow \text{proy}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{9\sqrt{34}}{34}$$

$$\uparrow \text{proy}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{9\sqrt{13}}{13}$$

$$\uparrow |\vec{a} + \vec{b}| = 7$$

Página 12

$$\uparrow \text{a) } M(0, 5/2), N(3, 7/2), P(2, 2)$$

$$\text{b) } \vec{AN}(4, 5/2), \vec{CM}(-5, -1/2), \vec{BP}(1, -2)$$

$$\uparrow B(5, 3)$$

$$\uparrow Q(7, -2)$$

$$\uparrow \left(\frac{1-4}{2}, \frac{3-5}{2}\right) = \left(\frac{3-6}{2}, \frac{-2+0}{2}\right) = \left(\frac{-3}{2}, -1\right)$$

Página 13

$$\uparrow C(9, -1), D(5, -4)$$

$$\uparrow P(2, 2), Q(3, 0), R(4, -2)$$

$$\uparrow P\left(\frac{7}{3}, \frac{1}{3}\right); Q\left(\frac{11}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$\uparrow G\left(\frac{2}{3}, 2\right)$$

$$\uparrow P\left(\frac{7}{5}, \frac{1}{5}\right)$$

Página 14

$$\uparrow \text{a) } \begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -4 + 2t \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 - 3t \end{cases}$$

$$\uparrow \text{a) } (2, -2), (8, -6) \text{ y } (-1, 0)$$

$$\text{b) } (-1, 1), (-3, -1) \text{ y } (0, 2)$$

$$\text{c) } (4, -2), (4, 4) \text{ y } (4, -5)$$

Página 15

$$\uparrow \text{a) } r \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$$

$$\text{b) } A \notin r, B \in r$$

$$\text{c) } m = 9/2$$

$$\uparrow P: t = -1, s = 4; Q: t = 3, s = -4$$

$$R: t = -5, s = 12$$

$$\uparrow \text{a) } \begin{cases} x = -3 + 8t \\ y = 2t \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = -2 + t \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$$

$$\uparrow n = -5/2$$

$$\uparrow \text{a) } \overline{AB} \begin{cases} x = -3 + t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$$