

FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS

1) Representa gráficamente las siguientes funciones:

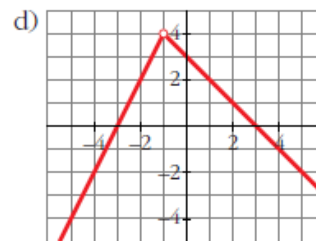
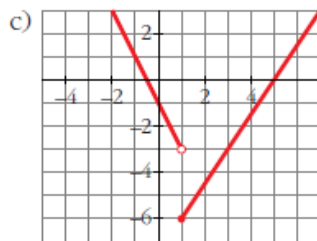
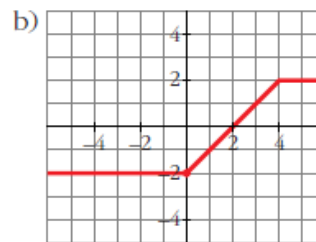
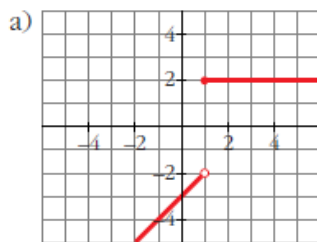
$$a) y = \begin{cases} x-3 & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} -2 & \text{si } x < 0 \\ x-2 & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ 2 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$c) y = \begin{cases} -2x-1 & \text{si } x < 1 \\ (3x-15)/2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$d) y = \begin{cases} 2x+6 & \text{si } x < -1 \\ -x+3 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

Solución:

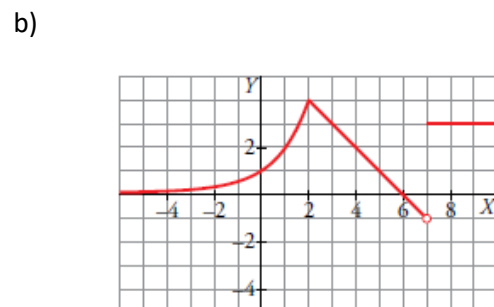
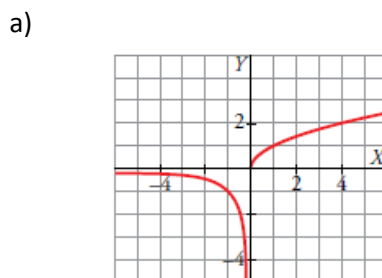


2) Representa las siguientes funciones definidas a trozos:

$$a) y = \begin{cases} 1/x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} 2^x & \text{si } x < 2 \\ -x+6 & \text{si } 2 \leq x < 7 \\ 3 & \text{si } x \geq 7 \end{cases}$$

Solución:



3) Representa y define como funciones "a trozos":

$$a) y = \left| \frac{x-3}{2} \right|$$

$$b) y = |3x + 6|$$

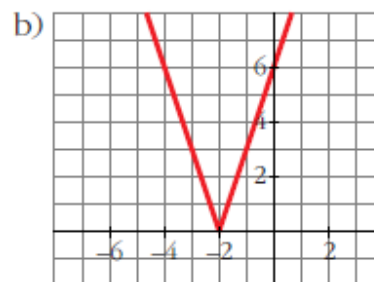
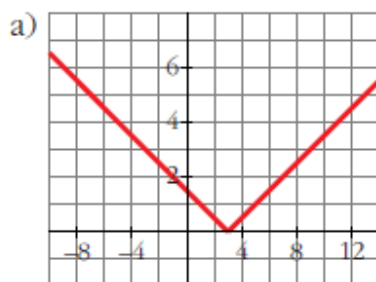
$$c) y = \left| \frac{2x-1}{3} \right|$$

$$d) y = |-x - 1|$$

Solución:

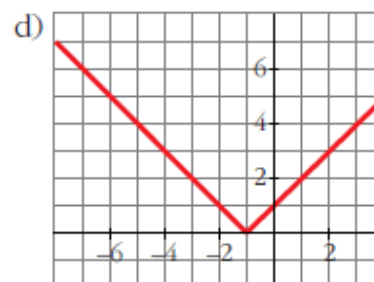
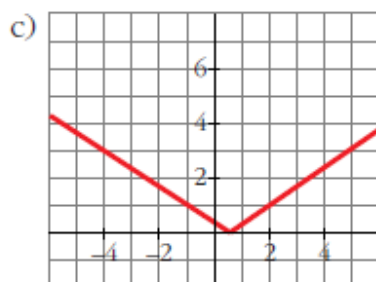
$$a) y = \begin{cases} -\frac{x+3}{2} & \text{si } x < 3 \\ \frac{x-3}{2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} -3x - 6 & \text{si } x < -2 \\ 3x + 6 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$



$$c) y = \begin{cases} -\frac{2x+1}{3} & \text{si } x < 1/2 \\ \frac{2x-1}{3} & \text{si } x \geq 1/2 \end{cases}$$

$$d) y = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x < -1 \\ x + 1 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$



4) El precio del metro cuadrado de un material plástico para suelos depende de la cantidad que compremos, x , y viene dado por la función $f(x)$ definida así:

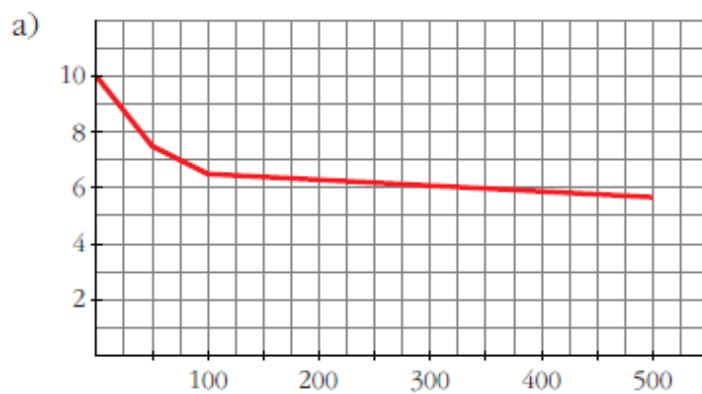
$$f(x) = \begin{cases} 10 - 0,05x & \text{si } 0 \leq x \leq 50 \\ 7,5 - 0,02(x - 50) & \text{si } 50 < x < 100 \\ 6,5 - 0,002(x - 100) & \text{si } 100 \leq x \leq 500 \end{cases}$$

a) Representa gráficamente esta función.

b) ¿Cuál será el precio si compro 300 m²?

c) Para conseguir un precio inferior a 7 €/m², ¿cuántos metros cuadrados, como mínimo, tengo que comprar?

Solución:



b) $f(300) = 6,1$

A $6,1 \text{ €/m}^2$, nos costará $6,1 \cdot 300 = 1830 \text{ €}$

c) $7,5 - 0,02(x - 50) = 7 \Rightarrow x = 75$

Como mínimo, 75 m^2 .

Para practicar más...

1) Representa:

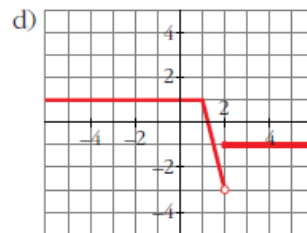
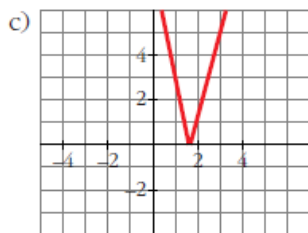
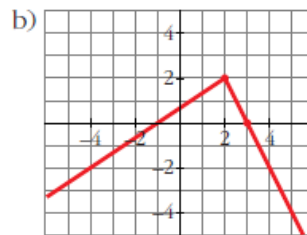
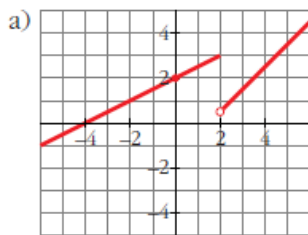
$$a) y = \begin{cases} x/2 + 2 & \text{si } x \leq 2 \\ x - 3/2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} (2x + 2)/3 & \text{si } x < 2 \\ -2x + 6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$c) y = \begin{cases} -4x + 7 & \text{si } x < 1,75 \\ 4x - 7 & \text{si } x \geq 1,75 \end{cases}$$

$$d) y = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 1 \\ -4x + 5 & \text{si } 1 < x < 2 \\ -1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Solución:



2) Dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

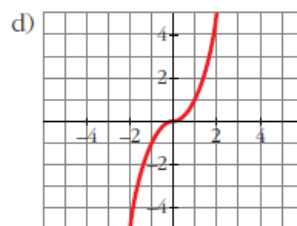
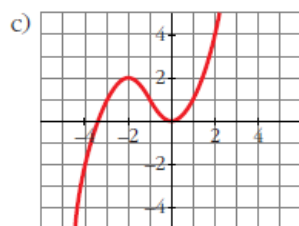
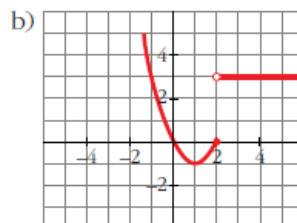
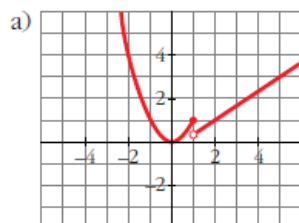
$$a) y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ (2x - 1)/3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$c) y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

$$d) y = \begin{cases} -x^2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

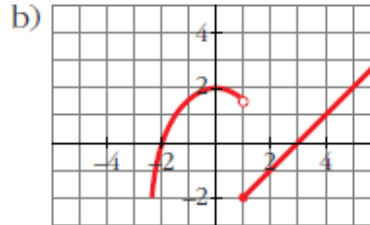
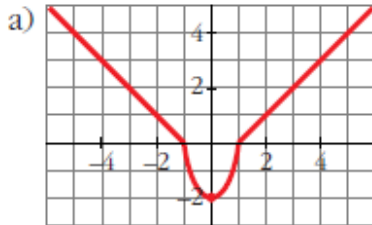
Solución:



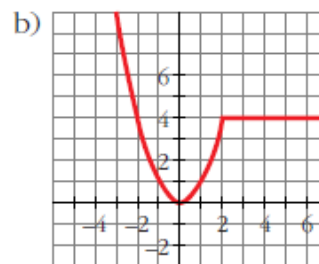
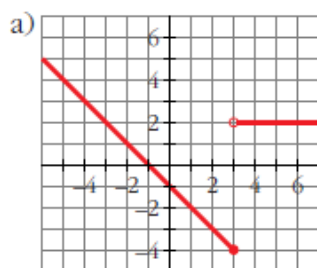
3) Representa:

$$a) y = \begin{cases} -x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x^2-2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} -x^2/2 + 2 & \text{si } x < 1 \\ x-3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$



4) Busca la expresión analítica de estas funciones:



Solución:

$$a) f(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{si } x \leq 3 \\ 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

5) Representa y define como funciones "a trozos":

$$a) y = |x^2 - 4|$$

$$b) y = |x^2 - 2x - 4|$$

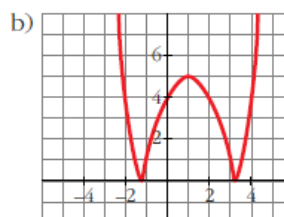
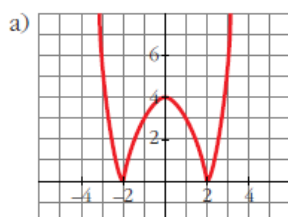
$$c) y = \left| -\frac{x^2}{2} + 2 \right|$$

$$d) y = |x^2 + 2x - 2|$$

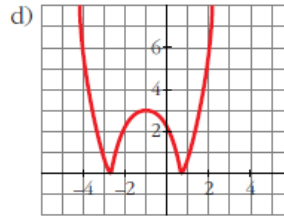
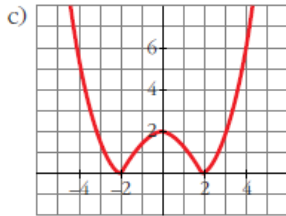
Solución:

$$a) y = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < -2 \\ -x^2 + 4 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} x^2 - 2x - 4 & \text{si } x < -1,2 \\ -x^2 + 2x + 4 & \text{si } -1,2 \leq x \leq 3,2 \\ x^2 - 2x - 4 & \text{si } x > 3,2 \end{cases}$$



$$c) y = \begin{cases} (x^2/2) - 2 & \text{si } x < -2 \\ (-x^2/2) + 2 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ (x^2/2) - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad d) y = \begin{cases} x^2 + 2x - 2 & \text{si } x < -2,7 \\ -x^2 - 2x + 2 & \text{si } -2,7 \leq x \leq 0,7 \\ x^2 + 2x - 2 & \text{si } x > 0,7 \end{cases}$$



6) Representa las siguientes funciones:

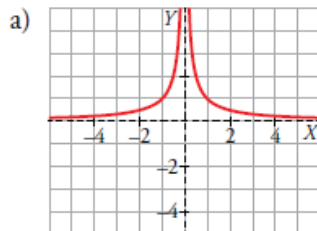
a) $y = \left| \frac{1}{x} \right|$

b) $y = |\log_2 x|$

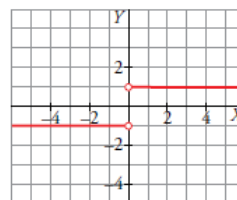
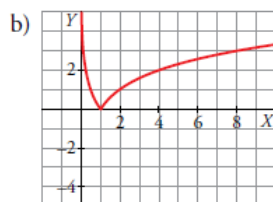
c) $y = \left| \frac{x}{x} \right|$

d) $y = 2|x| + x$

La función valor absoluto de $f(x)$ mantiene la parte positiva de la gráfica y convierte la parte negativa de $f(x)$ en $-f(x)$, es decir, en la simétrica de $f(x)$ respecto del eje horizontal.



$$c) y = \left| \frac{x}{x} \right| = \begin{cases} -\frac{x}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases} = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$



$$d) y = 2|x| + x = \begin{cases} 2(-x) + x & \text{si } x < 0 \\ 2x + x & \text{si } x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ 3x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

