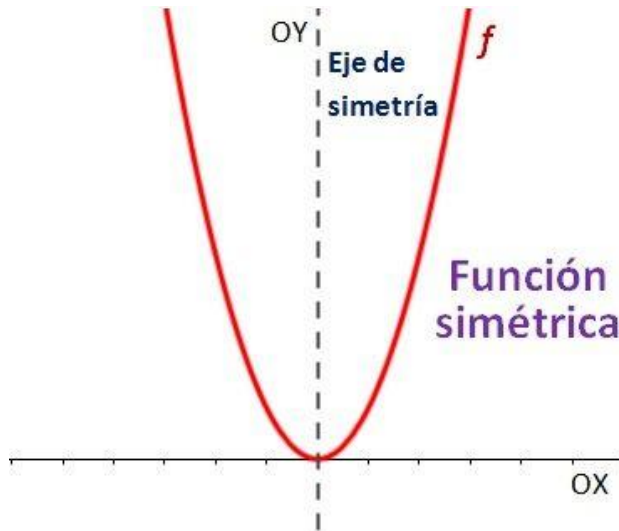


SIMETRÍA DE FUNCIONES

Una función f es **simétrica** si al doblar su gráfica por un eje de simetría ésta se superpone.



Esta función es simétrica, ya que si doblamos su gráfica por el eje OY, la gráfica se superpone.

Estudiar si una función es simétrica se llama **estudio de la simetría** o, al tratarse de funciones pares o impares, **estudio de la paridad**.

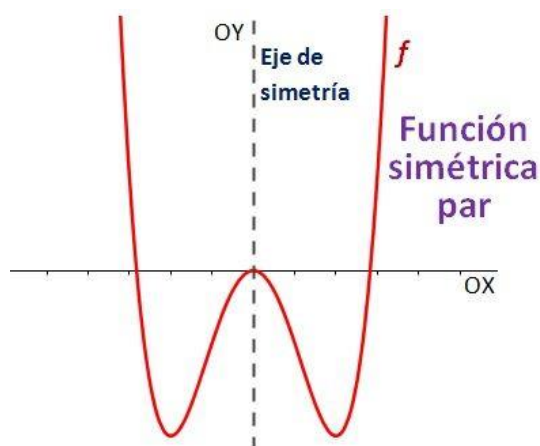
Las funciones que no son simétricas son **asimétricas**.

Existen dos tipos de simetrías:

1. **Funciones pares.** Funciones simétricas respecto al eje de ordenadas OY
2. **Funciones impares.** Funciones simétricas respecto al origen

FUNCIÓN PAR

Una **función par** es una función **simétrica respecto al eje de ordenadas OY** . Es decir, si plegásemos la gráfica por el eje de ordenadas encima de la otra parte, la gráfica se solaparía.

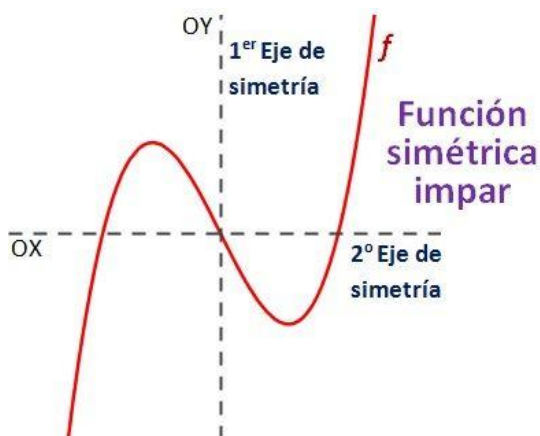


Las **funciones pares** son las que cumplen:

$$f(-x) = f(x)$$

FUNCIÓN IMPAR

Una **función impar** es una **función simétrica respecto al origen O** . Si plegásemos la gráfica por el eje de ordenadas (OY) y después de nuevo por el eje de abscisas (OX), la gráfica se solaparía.



En las **funciones impares** se cumple que:

$$f(-x) = -f(x)$$

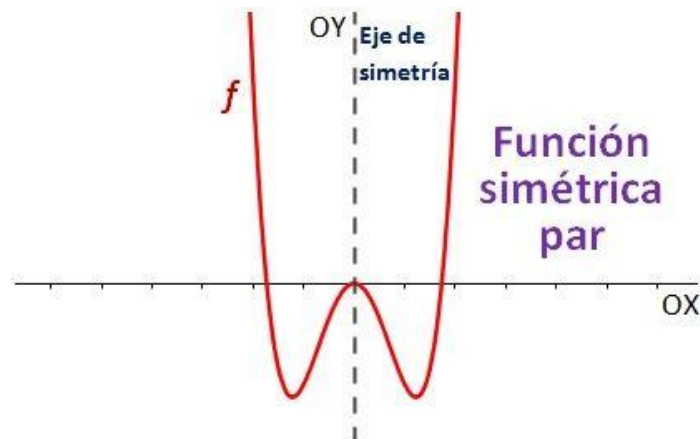
Ejemplo:

Estudia la simetría de la función $f(x) = x^4 - 3x^2$

Solución:

$f(-x) = (-x)^4 - 3(-x)^2 = x^4 - 3x^2 = f(x)$, por lo que la función es par.

Si representamos su gráfica, podremos comprobar que es simétrica par:



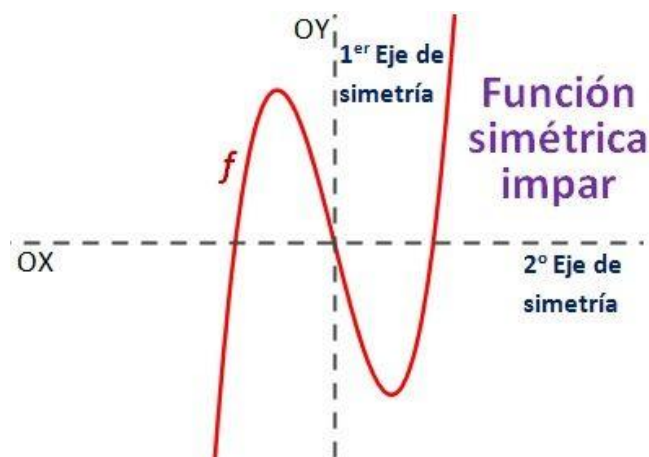
Ejemplo:

Estudia la simetría de la función $f(x) = x^3 - 4x$

Solución:

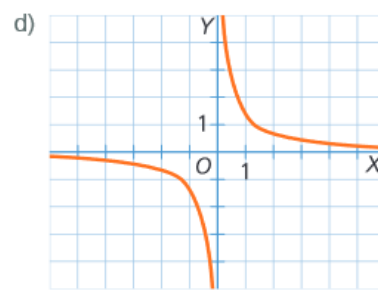
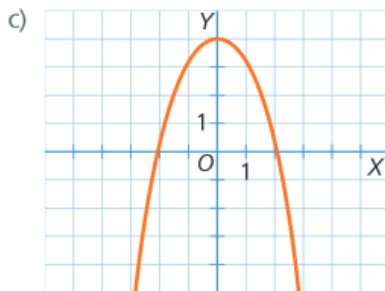
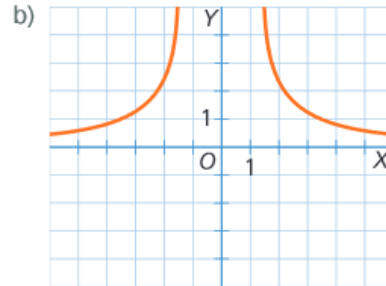
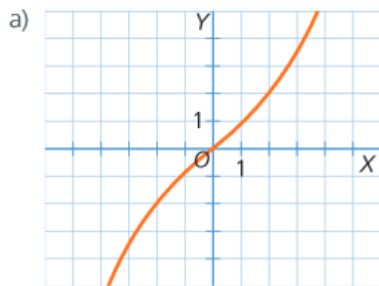
$f(-x) = (-x)^3 - 4(-x) = -x^3 + 4x = -f(x)$, por lo que la función es impar.

Si representamos su gráfica, podremos comprobar que es simétrica impar:



Ejercicios:

1. Estudia la simetría de las siguientes funciones:



2. Estudia la simetría de las siguientes funciones:

a) $y = 3x^4 - 5x^2 - 1$

d) $y = \frac{x^3 - 1}{x^2}$

b) $y = \sqrt{x^2 - 2x}$

e) $y = \sin x + 1/2 (\sin 2x)$

c) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

f) $y = \sqrt[3]{\cos x + 5}$

Soluciones:

a) Par

b) Asimétrica

c) Impar

d) Asimétrica

e) Impar

f) Par

3. El **Arco Gateway**, o la Puerta hacia el Oeste, es el monumento más alto hecho por el hombre en los Estados Unidos. Se construyó como un monumento conmemorativo de la [expansión hacia el oeste de los Estados Unidos](#). La gráfica nos muestra su altura (en pies) a medida que nos alejamos del centro. Estudia su simetría.

