

IMAGEN O RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN

Recorrido de $f(x)$ es el conjunto de valores que toma la variable dependiente “ y ”, es decir, el conjunto de números reales que son imagen de algún elemento del dominio de $f(x)$. Se denota por $Rec(f)$.

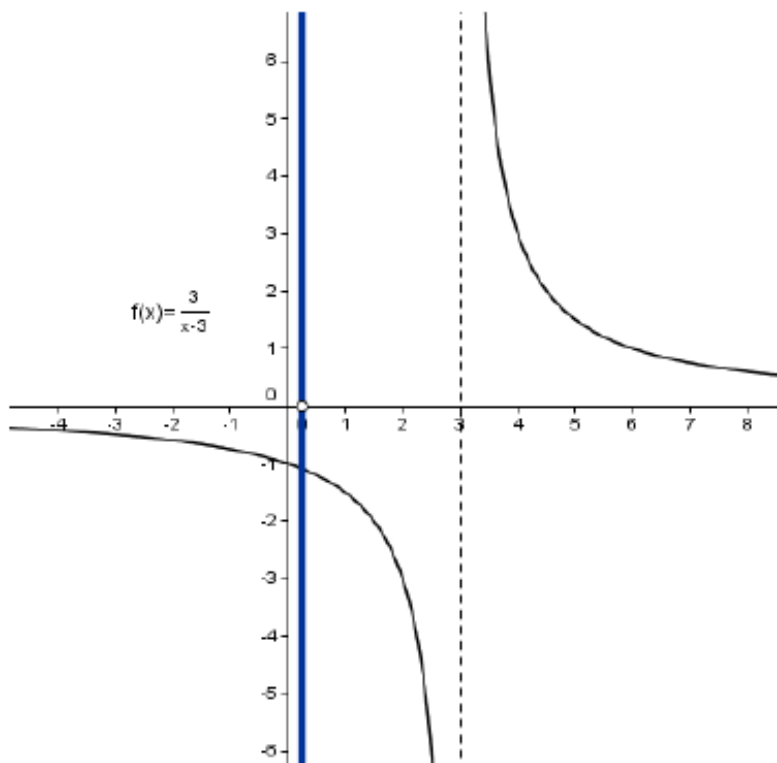
$$Rec(f) = \{y \in \mathfrak{R} / \exists x \in Dom(f) \text{ con } f(x) = y\}$$

IMAGEN O RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN DADA POR SU GRÁFICA

Para calcular el recorrido de una función, se representa gráficamente y, después, se estudia de un modo similar al dominio, pero esta vez sobre el eje de ordenadas.

Ejemplo:

Calcula la imagen o recorrido de la función $f(x) = \frac{3}{x-3}$



Tras representarla, observamos que todos los puntos de la variable y están asociados a algún punto de la variable x , excepto el valor $y = 0$, por lo que:

$$Im f(x) = \mathfrak{R} - \{0\}$$

IMAGEN O RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN DADA POR SU EXPRESIÓN ANALÍTICA

Para calcular el recorrido de una función expresada en forma analítica, $y = f(x)$, de debe encontrar una expresión en la que se puedan obtener los valores de la variable "x" en función de los valores de la variable "y". Esta expresión no siempre es una función, como verás en algunos ejemplos, pero su dominio constituye el recorrido de $f(x)$.

Ejemplo: Calcular el recorrido de la función $y = \frac{x}{2x+1}$.

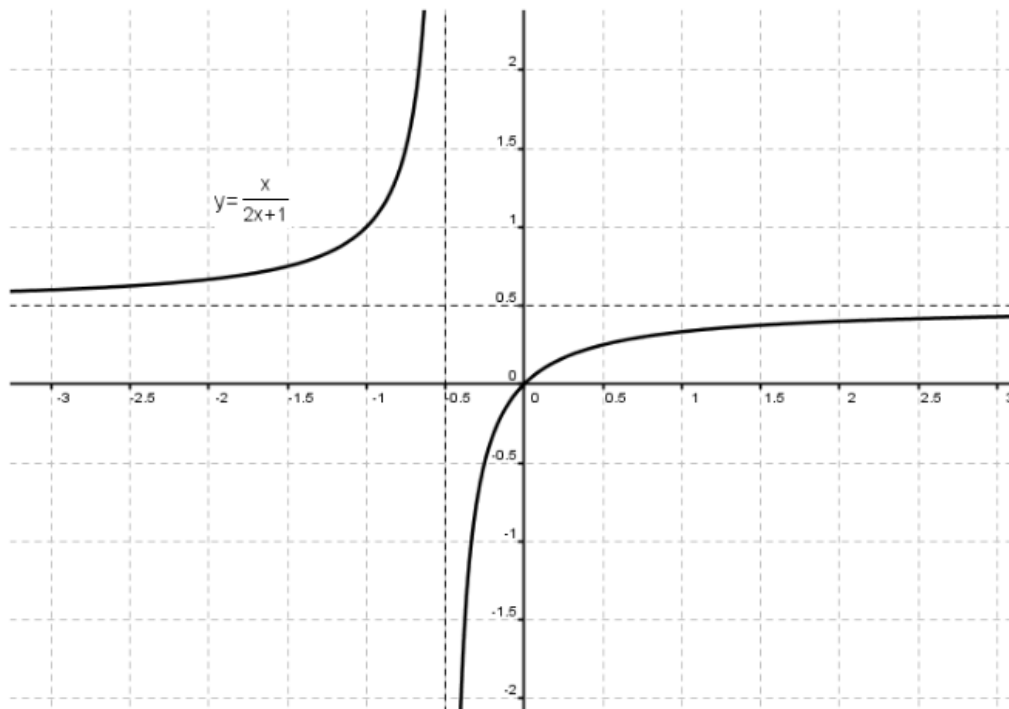
Hay que obtener "x" en función de su imagen "y", y determinar el dominio de esta expresión.

$$y = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow y \cdot (2x+1) = x \Rightarrow 2xy + y = x \Rightarrow 2xy - x = -y \Rightarrow x \cdot (2y-1) = -y \Rightarrow x = \frac{-y}{2y-1}$$

$$x = f^{-1}(y) \text{ existe} \Leftrightarrow 2y-1 \neq 0 \Leftrightarrow y \neq \frac{1}{2}$$

$$\text{Por tanto, } \text{Rec}(f) = \mathfrak{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

Y si representamos esta función, comprobamos que la respuesta es la adecuada:



Ejercicios

1. Averigua la imagen o recorrido de las siguientes funciones:

$Imf(x) =$	$Imf(x) =$	$Imf(x) =$
$Imf(x) =$	$Imf(x) =$	$Imf(x) =$
$Imf(x) =$	$Imf(x) =$	$Imf(x) =$

2. Averigua la imagen o recorrido de las siguientes funciones: