Problemas de ecuaciones de primer grado

1. Deseamos vender un coche, un piso y una finca por un total de 300000€. Si la finca vale 4 veces más que el coche y el piso cinco veces más que la finca. ¿Cuánto vale cada cosa?
2.

Un inversor, que tiene 28 000 €, coloca parte de su capital en un banco al 8 % y el resto en otro banco al 6 %. Si la primera parte le produce anualmente 200 € más que la segunda, ¿cuánto colocó en cada banco?

x al 8 % $\xrightarrow{\text{1 año}}$ $0{,}08x$

$(28\,000 - x)$ al 6 % $\xrightarrow{\text{1 año}}$ $0{,}06\,(28\,000 - x)$

$0{,}08x = 0{,}06(28\,000 - x) + 200;\ \ 0{,}08x = 1\,680 - 0{,}06x + 200 \ \rightarrow\ x = 13\,428{,}57$ €

Colocó 13 428,57 € al 8 % y 14 571,43 € al 6 %.

3.

El número de visitantes a cierta exposición durante el mes de febrero se incrementó en un 12 % respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12 % respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo, ¿cuántas personas vieron la exposición en enero?

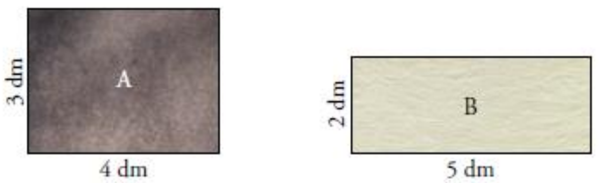
$$\text{Enero} \xrightarrow{+12\,\%} \text{Febrero} \xrightarrow{-12\,\%} \text{Marzo}$$

$$x \qquad\qquad 1{,}12\,x \qquad\qquad 0{,}88 \cdot 1{,}12x = 0{,}9856x$$

$x = 0{,}9856x + 36 \ \Rightarrow\ x = 2\,500$ personas.

4.

Para cubrir el suelo de una habitación, un solador dispone de dos tipos de baldosas:



Eligiendo el tipo A, se necesitarían 40 baldosas menos que si se eligiera el tipo B. ¿Cuál es la superficie de la habitación?

$$\left.\begin{array}{l}\text{n.º baldosas A} \rightarrow x \\ \text{n.º baldosas B} \rightarrow x + 40\end{array}\right\}\ \text{Superficie:}\quad 12x = 10(x + 40)$$

$$12x = 10x + 400$$

$$2x = 400$$

$$x = 200 \text{ baldosas}$$

$200 \cdot 12 = 2\,400\ dm^2 = 24\ m^2$

5. Queremos sembrar de césped una parcela rectangular de 27 m^2, de manera que uno de los lados de la misma mida el triple que el otro. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?
Sol: 3m y 9m

6.

Un granjero espera obtener 36 € por la venta de huevos. En el camino al mercado se le rompen cuatro docenas. Para obtener el mismo beneficio, aumenta en 0,45 € el precio de la docena. ¿Cuántas docenas tenía al principio?

Tenía x docenas $\rightarrow \dfrac{36}{x}$ €/docena

Le quedan $x - 4$ docenas $\rightarrow \left(\dfrac{36}{x} + 0,45\right)$ €/docena

$$\left(\frac{36}{x} + 0,45\right)(x - 4) = 36$$

$$(36 + 0,45x)(x - 4) = 36x$$

$$36x - 144 + 0,45x^2 - 1,8x = 36x$$

$$0,45x^2 - 1,8x - 144 = 0$$

$x = 20$ ($x = -16$ no vale) $\Rightarrow$ Tenía 20 docenas.

7.

Un tendero invierte 125 € en la compra de una partida de manzanas. Desecha 20 kg por defectuosas y vende el resto, aumentando 0,40 € cada kilo sobre el precio de compra, por 147 €. ¿Cuántos kilogramos compró?

Compró x kg $\rightarrow \dfrac{125}{x}$ €/kg

Vende $(x - 20)$ kg $\rightarrow \left(\dfrac{125}{x} + 0,40\right)$ €/kg

$$\left(\frac{125}{x} + 0,40\right)(x - 20) = 147$$

$$(125 + 0,40x)(x - 20) = 147x$$

$$125x - 2\,500 + 0,40x^2 - 8x = 147x$$

$$0,40x^2 - 30x - 2\,500 = 0$$

$x = 125$ ($x = -50$ no vale)

Compró 125 kg.

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE GRADO 3

8.

Si aumentáramos en 4 cm la arista de un cubo, su volumen se multiplicaría por 8. Halla la medida de la arista.

Llamamos x a la arista del cubo:

$(x+4)^3 = 8x^3 \rightarrow -7x^3 + 12x^2 + 48x + 64 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & -7 & 12 & 48 & 64 \\ 4 & & -28 & -64 & -64 \\ \hline & -7 & -16 & -16 & \boxed{0} \end{array}$$

$x = 4$

$-7x^2 - 16x - 16 = 0 \rightarrow 7x^2 + 16x + 16 = 0$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4\cdot 7\cdot 16}}{2\cdot 7} = \frac{-16 \pm \sqrt{-192}}{14} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

La longitud de la arista es de 4 cm.

PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON LOGARITMOS

1. El inventor del ajedrez pidió como pago que se llenase cada escaque (cuadrito del tablero) con el doble de trigo que el escaque anterior. Si se comienza con 1 grano de trigo. ¿Cuántos granos habrá que poner en el último cuadrito? ¿En que escaque habrá que colocar 4194304 granos de trigo?

Logaritmos y progresiones geométricas

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \rightarrow$

- a_n = valor del término general
- a_1 = valor del primer término
- r = razón de la progresión
- n = número de términos

Tabla datos :

Escaques(cuadritos)	1	2	3	4.......64
Granos de trigo	1	2	4	8.......a_n

El número de granos de trigo 1, 2, 4, 8, ... es una progresión geométrica $a_1 = 1$, $r = 2$, el número de términos n se corresponde con el número de cuadritos, hay 64 en total.

¿Cuántos granos habrá que poner en el último cuadrito?

$a_{64} = ?$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$a_{64} = 1 \cdot 2^{64-1} \rightarrow a_{64} = 2^{63}$ granos de trigo

¿En que escaque habrá que colocar 4194304 granos de trigo?

$a_n = 4194304$ granos de trigo

Tenemos que calcular n.

Despejamos n de la fórmula tomando logaritmos.

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \rightarrow \frac{a_n}{a_1} = r^{n-1}$$

$$\log \frac{a_n}{a_1} = \log r^{n-1} \rightarrow \log \frac{a_n}{a_1} = (n-1)\log r$$

$$\frac{\log a_n - \log a_1}{\log r} = n-1 \rightarrow n = \frac{\log a_n - \log a_1}{\log r} + 1$$

$$n = \frac{\log 4194304 - \log 1}{\log 2} + 1 = 23$$ En el cuadrito 23.

2. Una matrioska consiste en una muñeca que contiene en su interior otras de igual forma pero cada vez más pequeñas. El volumen de cada muñeca es 2/3 de la anterior. Si la muñeca mayor ocupa 360 cm^3, ¿cuántas muñecas hay si la más pequeña ocupa 31,6 cm^3.

Problemas de logaritmos

El volumen de las muñecas forma una progresión geométrica decreciente.

Tenemos que calcular el número de muñecas n.

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \rightarrow \text{Datos:} \left| \begin{array}{l} a_1 = 360 \\ a_n = 31{,}6 \\ r = 2/3 \\ n = ? \end{array} \right.$$

$$n = \frac{\log a_n - \log a_1}{\log r} + 1$$

$$n = \frac{\log 31{,}6 - \log 360}{\log 2/3} + 1 = 7$$

Hay 7 muñecas

Comprobamos

Formamos los términos de la progresión, cada término se obtiene multiplicando el anterior por 2/3.

n	1	2	3	4	5	6	7
V	360	240	160	106,6	71,1	47,4	31,6

n = número de muñecas

V = Volumen (cm^3)

PROBLEMAS CON INECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

Una biblioteca tiene un presupuesto de 600€ para adquirir ejemplares de dos nuevas novelas que se han editado. Cada ejemplar de la primera cuesta 25€ y cada ejemplar de la segunda 30€. ¿Cuántos ejemplares de cada una puede adquirir? Representa el problema en forma de un sistema de inecuaciones, represéntalo gráficamente e indica varias posibles soluciones.

x=nº ejemplares de la 1ª y: nº de ejemplares de la 2ª

Planteamiento: $25x+30y\leq 600 \quad x>0 \quad y>0$

Solución: Cualquier punto de la zona sombreada con valores enteros es solución del problema. Si el punto está en la recta se ajusta del todo al presupuesto. Por ejemplo x=10, y=10 ó x=6, y=15.