

INECUACIONES DE PRIMER GRADO

Ejemplo resuelto:

Resuelve estas inecuaciones:

a) $3x - 2 \leq 10$

a) $3x - 2 \leq 10 \rightarrow 3x \leq 12 \rightarrow x \leq 4$

Soluciones: $\{x \mid x \leq 4\} = (-\infty, 4]$

b) $x - 2 > 1$

b) $x - 2 > 1 \rightarrow x > 3$

Soluciones: $\{x \mid x > 3\} = (3, +\infty)$

Nota importante:

Importante recordar que en algunas ocasiones, la desigualdad cambia de sentido:

$$\begin{aligned} 2x + 1 &\geq 11 + 7x \\ 2x - 7x &\geq 11 - 1 \\ -5x &\geq 10 \\ 5x &\leq -10 \\ x &\leq -\frac{10}{5} \\ x &\leq -2 \end{aligned}$$

Ejercicios

- $3x + 12 > 0$ Sol: $(-4, +\infty)$
- $8x - 16 \geq 0$ Sol: $[2, +\infty)$
- $5x - 10 < 0$ Sol: $(-\infty, 2)$
- $9x + 27 \leq 0$ Sol: $(-\infty, -3]$
- $1 - 8x - 9 \geq x - 5 - 4x$ Sol: $(-\infty, -1]$
- $5x - (3 - 2x) + 8 > 9 + 3(2x - 4)$ Sol: $(-8, +\infty)$
- $2 \cdot (1 - x) + 9 < 3 - (2x + 5)$ Sol: No tiene solución
- $4x - (x + 2) \leq 3x + 6$ Sol: Todo R

9.
$$\frac{2(x+1)-1}{2} - \frac{7}{3} \leq \frac{5(x-2)}{6} + \frac{3}{2}$$
 Sol: $(-\infty, 10]$

INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Ejemplo resuelto

Resuelve $x^2 - 6x + 8 > 0$

1º Igualamos el polinomio del primer miembro a cero y obtenemos las raíces de la ecuación de segundo grado.

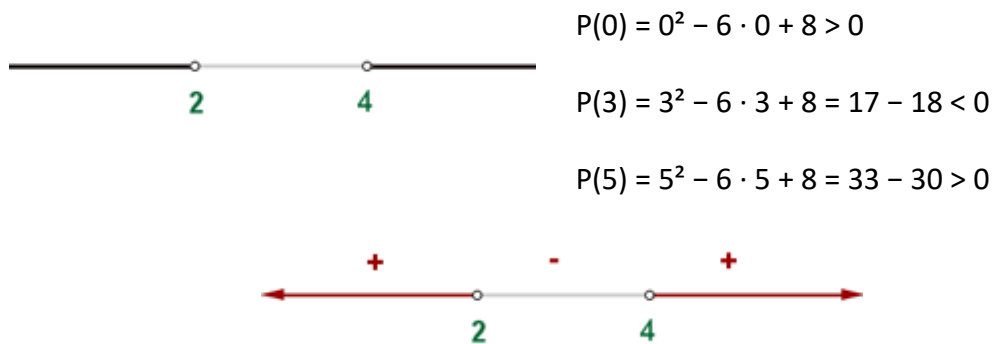
$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} =$$

$\nearrow x_1 = \frac{8}{2} = 4$

$\searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2$

2º Representamos estos valores en la recta real. Tomamos un punto de cada intervalo y evaluamos el signo en cada intervalo:



3º La solución está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que tengan el mismo signo que el polinomio.

$$S = (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$$

Ejercicios

1. $x^2 - 6x + 8 > 0$ Sol: $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$
2. $x^2 + 3x - 4 < 0$ Sol: $(-4, 1)$
3. $x^2 + 2x + 1 \geq 0$ Sol: Todo R
4. $4x^2 - 16 \geq 0$ Sol: $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
5. $7x^2 - 3x \geq 0$ Sol: $(-\infty, 0] \cup [3/7, \infty)$
6. $-x^2 - 2x + 3 > 0$ Sol: $(-3, 1)$
7. $4x^2 + 12x + 9 \geq 0$ Sol: $(-\infty, -3/2] \cup [-3/2, \infty) = \mathbf{R}$
8. $(x + 1)^2 + 6x + 2 \geq 2(x + 3)(x - 2) + 4x$ Sol: $[-3, 5]$

Para practicar más...

1. Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado:

a) $5 - x \leq 12$

b) $\frac{x-3}{2} - \frac{2-x}{3} > 3$

c) $\frac{5}{6}(3-x) - \frac{1}{2}(x-4) \geq \frac{1}{3}(2x-3) - x$

d) $7(3-x) \geq 5$

e) $\frac{3-\frac{1}{3}x}{3+\frac{1}{2}} \geq \frac{3x-\frac{5}{2}}{1-\frac{2}{3}}$

f) $\frac{3x+1}{4} - \frac{1}{3} \leq \frac{2}{15}(3x+2) + \frac{4(1-x)}{3}$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 + 5x \leq 0$

b) $3(x-5)^2 - 12 \geq 0$

c) $\frac{x^2-9}{5} - \frac{x^2-4}{15} \leq \frac{1-2x}{3}$

d) $x^2 - 9x + 14 < 0$

e) $(x+1)^2 - (x-1)^2 + 12 \geq 0$

f) $\frac{(x+2)^2}{9} - \frac{x^2-9}{4} \leq \frac{(x+3)^2}{2} + \frac{1}{5}$

Soluciones

1. a) $[-7, +\infty)$; b) $(31/5, +\infty)$; c) $(-\infty, 11/2]$; d) $(-\infty, 16/7]$; e) $(-\infty, 351/382]$; f) $(-\infty, 1]$

2. a) $[-5, 0]$; b) $(-\infty, 3] \cup [7, +\infty)$; c) $[-7, 2]$; d) $(2, 7)$; e) $[-3, +\infty)$; f) $(-\infty, -2,9278\dots] \cup [-1,072\dots, +\infty)$