

Ejemplo resuelto:

Resuelve

$$\frac{6}{x-2} \leq x-3$$

Solución:

1º) Simplificamos la inecuación (pasamos todo a un lado de la desigualdad)

$$\frac{6}{x-2} \leq x-3 \rightarrow \frac{6}{x-2} - x + 3 \leq 0 \rightarrow \frac{6}{x-2} + \frac{-x+3}{1} \leq 0$$

Para poder sumar las fracciones, multiplicamos y dividimos la fracción de la derecha por el denominador de la de la izquierda:

$$\frac{6}{x-2} + \frac{(-x+3)(x-2)}{(x-2)} \leq 0$$

Ahora ya podemos sumarlas:

$$\frac{6 + (-x+3)(x-2)}{x-2} \leq 0$$

Operamos:

$$\frac{6 - x^2 + 2x + 3x - 6}{x-2} \leq 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 5x}{x-2} \leq 0 \Rightarrow \frac{x(5-x)}{x-2} \leq 0$$

2º) Encontramos las soluciones del numerador y del denominador:

Numerador: $x = 0$ y $x = 5$

Denominador: $x = 2$

3º) Completamos la tabla de los signos:

	0	2	5	
$x(5-x)$	-	+	+	-
$x-2$	-	-	+	+
$\frac{x(5-x)}{x-2}$	+	-	+	-

Las soluciones son: $[0,2) \cup [5,+\infty)$

(el número 2 hay que quitarlo porque anula al denominador)

Ejercicios

1)

$$\frac{x-1}{x} \leq x \quad \text{Sol: } (0, +\infty)$$

2)

$$\frac{x^2}{x+4} < 0 \quad \text{Sol: } (-\infty, -4) \cup (-4, 0)$$

3)

$$\frac{x+3}{x-7} \leq 2 \quad [\text{Sol: } x \in (-\infty, 7) \cup [17, \infty)]$$

Para practicar más...

Ejercicio 1

Resolver las siguientes inecuaciones:

$$a) \frac{x+3}{x-2} > 0$$

$$b) \frac{x-5}{x+4} < 0$$

$$c) \frac{x+2}{x-1} \leq 0$$

$$d) \frac{x+1}{3x-9} \geq 0$$

$$e) \frac{x^2-5x}{x^2-1} \geq 0$$

$$f) \frac{3x-6}{x^2-3x-4} < 0$$

Soluciones:

$$a) (-\infty, -3) \cup (2, +\infty) \quad b) (-4, 5) \quad c) [-2, 1) \quad d) (-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$$

$$e) (-\infty, -1) \cup [0, 1) \cup [5, +\infty) \quad f) (-\infty, -1) \cup (2, 4)$$

Ejercicio 2

Resolver las siguientes **inecuaciones con cocientes**:

$$a) \frac{x-1}{x-4} > 0$$

$$[\text{Sol: } x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)]$$

$$i) \frac{x+3}{2x-1} > -\frac{1}{2}$$

$$[\text{Sol: } x \in (-\infty, -5/4) \cup (1/2, \infty)]$$

$$b) \frac{5}{x+3} < 0$$

$$[\text{Sol: } x \in (-\infty, -3)]$$

$$j) \frac{x+3}{x-7} \leq 2$$

$$[\text{Sol: } x \in (-\infty, 7) \cup [17, \infty)]$$

$$c) \frac{5}{x} \geq 0$$

$$[\text{Sol: } x \in (0, \infty)]$$

$$k) \frac{x+3}{x-7} \leq \frac{1}{2}$$

$$[\text{Sol: } x \in [-13, 7]]$$

$$d) \frac{2x-3}{x+1} \geq 1$$

$$[\text{Sol: } x \in (-\infty, -1) \cup [4, \infty)]$$

$$l) \frac{x}{x+5} > x$$

$$[\text{Sol: } x \in (-\infty, -5) \cup (-4, 0)]$$

$$e) \frac{5x-8}{x-3} \leq 4$$

$$[\text{Sol: } x \in [-4, 3]]$$

$$m) 1 \leq \frac{2x+3}{x-1}$$

$$[\text{Sol: } x \in (-\infty, -4) \cup (1, \infty)]$$

$$f) \frac{3}{2x-6} \geq 2$$

$$[\text{Sol: } x \in (3, 15/4)]$$

$$n) \frac{1}{x} \geq 1$$

$$[\text{Sol: } x \in (0, 1]]$$

$$g) 2 < \frac{x+6}{x-2}$$

$$[\text{Sol: } x \in (2, 10)]$$

$$o) \frac{2x-4}{x+2} \geq \frac{2}{3}$$

$$[\text{Sol: } x \in (-\infty, -2) \cup [4, \infty)]$$

$$h) \frac{-3}{2x-6} \geq 0$$

$$[\text{Sol: } x \in (-\infty, 3)]$$

$$p) \frac{1}{x} \leq x$$

$$[\text{Sol: } x \in [-1, 0) \cup [1, \infty)]$$