

ECUACIONES LOGARÍTMICAS

Se resuelven aplicando las propiedades de los logaritmos.

Ejemplo:

Resuelve estas ecuaciones:

a) $\log x + \log 4 = 2$

$$\log x + \log 4 = 2 \rightarrow \log(4x) = \log 100 \rightarrow 4x = 100 \rightarrow x = 25 \text{ que es solución válida.}$$

b) $2 \log x - \log(x-1) = \log 4$

$$2 \log x - \log(x-1) = \log 4 \rightarrow \log\left(\frac{x^2}{x-1}\right) = \log 4 \rightarrow \frac{x^2}{x-1} = 4 \rightarrow x = 2 \text{ que es solución válida.}$$

Ejercicios:

1) $\log(x-2) = 2$ Sol: 102

2) $\log x + \log 50 = 3$ Sol: 20

3) $5 \log_2(x+3) = \log_2 32$ Sol: -1

4) $2 \log x = \log(10-3x)$ Sol: 2

5) $\log x + \log(x+3) = 2 \log(x+1)$ Sol: 1

6) $4 \log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2 \log x$ Sol: 0 y 2

7) $2 \log x - 2 \log(x+1) = 0$ Sol: No tiene solución

8) $\log x = \frac{2 - \log x}{\log x}$ Sol: 10 y 1/100

EJERCICIOS EXTRA PARA QUIEN NECESITE PRACTICAR MÁS

1. Resuelve estas ecuaciones:

$$a) \log(x^2 + 1) - \log(x^2 - 1) = \log \frac{13}{12}$$

$$b) \ln(x - 3) + \ln(x + 1) = \ln 3 + \ln(x - 1)$$

$$c) (x - 1) \log(3^{x+1}) = 3 \log 3$$

$$d) \log(x + 3) - \log(x - 6) = 1$$

Soluciones:

$$a) \log \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \log \frac{13}{12}$$

$$12x^2 + 12 = 13x^2 - 13; 25 = x^2$$

$$x_1 = -5; x_2 = 5$$

$$b) \ln(x^2 - 2x - 3) = \ln(3x - 3)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 3x - 3; x^2 - 5x = 0$$

$$x = 5 \quad (x = 0 \text{ no vale})$$

$$c) \log(3^{(x+1)(x-1)}) = \log 3^3$$

$$3^{(x+1)(x-1)} = 3^3; (x+1)(x-1) = 3$$

$$x = 2 \quad (x = -2 \text{ no vale})$$

$$d) \log \frac{x+3}{x-6} = 1$$

$$x + 3 = 10x - 60; 63 = 9x$$

$$x = 7$$

2. Resuelve estas ecuaciones logarítmicas:

a) $2 \log_2 x = \log_2 \frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}$

b) $\log (x + 1)^5 + \log (3x + 2)^5 = 5$

c) $\log (8 + x^3) = 3 \log (x + 2)$

d) $\ln 6 + (x^2 - 5x + 7) \ln 2 = \ln 12$

e) $(2x^2 + x - 3) \log 5 = 2 \log \frac{1}{5}$

f) $\log (3^{1-x})^{1+x} + \log 2700 = 2$

Soluciones:

a) $2 \log_2 x = \log_2 \frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \rightarrow 2 \log_2 x = \log_2 x - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \rightarrow 2 \log_2 x = \log_2 x - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow \log_2 x = -1 \rightarrow x = 2^{-1} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

Solución: $x = \frac{1}{2}$

b) $\log (x + 1)^5 + \log (3x + 2)^5 = 5$

$\log (x + 1)^5 \cdot (3x + 2)^5 = \log 100000 \rightarrow (x + 1)^5 \cdot (3x + 2)^5 = 10^5 \rightarrow$

$\rightarrow (x + 1)(3x + 2) = 10 \rightarrow x = 1, x = -\frac{8}{3}$ no válida

Solución: $x = 1$

c) $\log (8 + x^3) = 3 \log (x + 2) \rightarrow \log (8 + x^3) = \log (x + 2)^3 \rightarrow (8 + x^3) = (x + 2)^3 \rightarrow$

$\rightarrow (8 + x^3) - (x + 2)^3 = 0 \rightarrow -6x^2 - 12x = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x = -2$ (no válida), $x = 0$

Solución: $x = 0$

d) $\ln 6 + (x^2 - 5x + 7) \ln 2 = \ln 12$

$\ln 6 \cdot 2^{x^2 - 5x + 7} = \ln 12 \rightarrow 6 \cdot 2^{x^2 - 5x + 7} = 6 \cdot 2 \rightarrow x^2 - 5x + 7 = 1 \rightarrow x = 3, x = 2$

Soluciones: $x = 3, x = 2$

e) $(2x^2 + x - 3) \log 5 = 2 \log \frac{1}{5} \rightarrow \log 5^{2x^2 + x - 3} = \log 5^{-2} \rightarrow 2x^2 + x - 3 = -2 \rightarrow x = \frac{1}{2}, x = -1$

Soluciones: $x = \frac{1}{2}, x = -1$

f) $\log(3^{1-x})^{1+x} + \log 2700 = 2$

$$\log(3^{(1-x)(1+x)}) + \log 27 + \log 100 = 2 \rightarrow \log(3^{(1-x)(1+x)}) + \log 3^3 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \log(3^{(1-x)(1+x)+3}) = \log 1 \rightarrow 3^{(1-x)(1+x)+3} = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow (1-x)(1+x) + 3 = 0 \rightarrow x = -2, x = 2$$

Soluciones: $x = -2, x = 2$