

PROBABILIDAD

1. Frecuencia

- Llamamos **frecuencia absoluta** de un suceso, A, al número de veces, n, que se verifica dicho suceso al realizar N veces el experimento.
- Llamamos **frecuencia relativa** de un suceso, A, al cociente entre su frecuencia absoluta y el total de veces que se realiza el experimento:

$$f(A) = \frac{n}{N}$$

2. Ley de los grandes números

Bernoulli enunció la **ley de los grandes números**: “la frecuencia relativa de un suceso tiende a estabilizarse en torno a un número a medida que el número de pruebas del experimento crece indefinidamente”. A este número lo llamaremos **probabilidad** del suceso.

$$p(A) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{n}{N} = \lim_{N \rightarrow +\infty} f(A)$$

Por la propia definición (es una frecuencia relativa), la probabilidad de un suceso es siempre un número comprendido entre 0 y 1.

$$0 \leq p(A) \leq 1$$

3. Ley de Laplace

Según Laplace, “la probabilidad de un suceso A es igual al cociente entre el número de casos favorables al suceso y el número de casos posibles”:

$$p(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favorables}}{n^{\circ} \text{ de casos posibles}}$$

Para poder aplicar la ley de Laplace es imprescindible que los experimentos den lugar a sucesos elementales equiprobables, es decir, que todos tengan la misma probabilidad de ocurrir.

Ejemplo:

Se considera el experimento consistente en lanzar un dado y anotar el resultado obtenido. Calcula la probabilidad de sacar un número impar.

Solución:

El espacio muestral es $E = \{1,2,3,4,5,6\}$ tiene 6 elementos y el suceso $A = \{\text{sacar un número impar}\} = \{1,3,5\}$ tiene tres elementos, por lo que

$$P(\text{sacar un número impar}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



4. Propiedades de la probabilidad

1. $p(A) \geq 0$
2. $p(\emptyset) = 0$
3. $P(A) = 1$
4. $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

5. Probabilidad de la unión de sucesos:

Si los sucesos son compatibles, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Si los sucesos son incompatibles, $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

En general, si los sucesos son incompatibles dos a dos:

$$p(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = p(A_1) + p(A_2) + \dots + p(A_n)$$

6. Probabilidad de la intersección de sucesos:

Si los sucesos son independientes (el hecho de que ocurra uno de ellos no afecta a que ocurra el otro), se tiene que:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

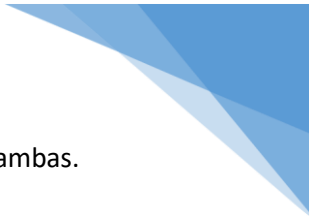
7. Probabilidad de la diferencia de sucesos:

$$p(A - B) = p(A) - p(A \cap B)$$

Ejercicios:

1. Se considera el experimento aleatorio "lanzar al aire un dado de parchís y observar el resultado obtenido en la cara superior". Halla la probabilidad de obtener:
 - a. Un número par
 - b. El número tres
 - c. Un múltiplo de 3
2. Se realiza el experimento aleatorio "lanzar al aire dos monedas". Halla la probabilidad de obtener:
 - a. Dos caras
 - b. Dos cruces
 - c. Cara y cruz
 - d. Al menos una cruz
3. Hallar la probabilidad de obtener 3 caras al lanzar 3 monedas al aire
4. En el experimento "lanzar un dado de parchís al aire y observar el número de la cara superior" se consideran los sucesos: $A = \{\text{obtener un número par}\}$, $B = \{\text{obtener un número primo}\}$ y $C = \{\text{obtener número múltiplo de 5}\}$. Calcula las probabilidades de:
 - a. $A \cup B$
 - b. $A \cap C$



- 
5. De 200 estudiantes, 110 estudian Física, 70 estudian Química y 30 estudian ambas. Escogido un estudiante al azar:
 - a. Halla la probabilidad de que estudie Física o Química.
 - b. Halla la probabilidad de que no estudie ni Física ni Química.
 6. Halla la probabilidad de que, al lanzar dos dados al aire, la suma de las caras visibles sea múltiplo de 5.
 7. Calcula las probabilidades de que, al lanzar 2 dados, se obtengan los siguientes sucesos:
 - a. Obtener al menos un cinco
 - b. La suma de las puntuaciones obtenidas es menor o igual a tres
 - c. La suma de los números obtenidos en los lanzamientos sea impar
 8. Se lanza una moneda 2 veces. Halla la probabilidad de que en ambas tiradas salga cruz
 9. Se extraen 3 cartas de una baraja española de 40 cartas. Calcula la probabilidad de que salga al menos un oro.
 10. La probabilidad de que un estudiante apruebe Física, Química y alguna de las dos es de 0'45, 0'4 y 0'7 respectivamente. Halla la probabilidad de que un estudiante apruebe ambas materias.
 11. Sabiendo que $p(A) = \frac{1}{4}$, $p(B) = \frac{1}{4}$, $p(C) = \frac{1}{12}$ y $p(A \cup B) = \frac{1}{16}$, calcula las siguientes probabilidades:
 - a. \overline{C}
 - b. $C \cap \overline{C}$
 - c. $A \cap B$

