TRIGONOMETRÍA

En los ejercicios siguientes no puede usarse la calculadora

1. Hallar razonadamente las razones trigonométricas del ángulo de 2655º.

2. Hallar todos los números reales, x, tales que cosx = cos20º.

3. Calcula el seno, coseno y tangente de un ángulo del tercer cuadrante del que se sabe que su cosecante es igual a -2.

4. Calcula arcsen(0'5), arcsen(-1), arcsen($-\sqrt{3}$), arccos(0'5), arccos(-0'5), arccos(2), arctg(-1), arctg($-\sqrt{3}$).

5. Calcula razonadamente:

a) $arcsen\left(\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right)\right)$	b) $\arccos\left(\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)\right)$	c) $\arccos\left(sen\left(\frac{7\pi}{3}\right)\right)$	d) $\cos\left(2\arccos\left(\frac{1}{2}\right)\right)$
e) $\cos(arctg\,(-4))$	f) $tg\left(2\,arctg\left(\sqrt{2}\right)\right)$	g) $\cos\left(\frac{1}{2}\arccos(-0'2)\right)$	

6. Resuelve las ecuaciones siguientes:

   a. 4 arctg (x^2-3x-3) = π
   b. 4 arctg (x^2-3x-3) = 3π

7. Demostrar que para todo número real, x, perteneciente al intervalo cerrado [-1,1] se cumple la siguiente igualdad: arcsenx + arccosx = π/2.

8. Halla las razones trigonométricas de los ángulos de 105º, 15º, 75º, 315º y 157º30'.

9. Deduce las fórmulas que permiten expresar $sen\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$, $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ $y\ tg\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$, en función de senx, cosx, y tgx.

10. La tangente de un ángulo, x, del segundo cuadrante es -4/5. Halla las razones trigonométricas de los ángulos 2x y x/2.

11. Deduce una fórmula que permita expresar la tg(x+y+z) en función de tgx, tgy, tgz.

12. A partir de la fórmula anterior demuestra que si x, y, z son los ángulos de un triángulo cualquiera, entonces se cumple que tgx+tgy+tgz = tgx tgy tgz.

13. Demuestra que si x, y ,z son los ángulos de un triángulo, entonces tg(x+y)+tgz = 0.

14. Demuestra la fórmula cosx cosy =1/2 (cos(x+y) + cos(x-y)).

15. Deduce de la fórmula anterior el valor de cos105º cos15º.

16. Simplifica las siguientes expresiones:

$\frac{sen\,2a}{1-\cos^2 a}\cdot\frac{1+\cos a}{\cos a}$	$\frac{sen\,2a}{1-\cos^2 a}\cdot\frac{sen\,2a}{\cos a}$	$\frac{sen(a+\pi)tg\left(a+\frac{\pi}{2}\right)}{\cot(\pi-a)}$	$\frac{sen2a+sen4a}{\cos 2a-\cos 4a}$
$\frac{\left(sen\frac{a}{2}-\cos\frac{a}{2}\right)^2(1+sena}{sen2a}$	$\frac{senx+sen3x+sen5x+sen7x}{\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\cos 7x}$	$\frac{sena+senb}{sena-senb}\cdot\frac{\cos a-\cos b}{\cos a+\cos b}$	$sen^4 x-\cos^4 x$

17. Demuestra las siguientes identidades:

$sen(a+b)sen(a-b)=\cos^2 b-\cos^2 a$	$tgx+ctgx=\frac{2}{sen2x}$	$1+\cos x=2\cos^2\frac{x}{2}$
$\sec(a-b)=\frac{\sec a\sec b\csc a\csc b}{\csc a\csc b+\sec a\sec b}$	$\frac{\cos(a-b)-\cos(a+b)}{sen(a+b)+sen(a-b)}=tgb$	$ctg^2x-tg^2x=4ctg2x\csc 2x$
$\frac{2senx}{tg2x}=\cos x-\frac{sen^2x}{\cos x}$	$\frac{sen(a+b)}{sen(a-b)}=\frac{tga\,ctgb+1}{tga\,ctgb-1}$	$tg\left(\frac{\pi}{4}+a\right)-tg\left(\frac{\pi}{4}-a\right)=2tg2a$

18. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$sen^4x-2\cos^4 x+1=0$	$4sen\left(\frac{x}{2}\right)+2\cos x=3$	$sen2x=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$
$4sen\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$	$8tg^2\left(\frac{x}{2}\right)=1+\sec x$	$tg2x=-tgx$
$\cos 2x-\cos 6x=sen5x+sen3x$	$senx+\cos x=\cos x(senx+\cos x)$	$(\cos^2 x-sen^2x)^2=sen2x$

19. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones trigonométricas:

$\begin{cases} senx+seny=\frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ senx-seny=\frac{\sqrt{3}-1}{2}\end{cases}$	$\begin{cases} senx-seny=\frac{1}{2} \\ x+y=\frac{2\pi}{3}\end{cases}$	$\begin{cases} 2senx=1-\cos y \\ 2\cos x=1+\cos y\end{cases}$
$\begin{cases} senx+seny=\frac{3}{2} \\ \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$	$\begin{cases} sen(x+y)-\cos x\cos y=0 \\ seny=0\end{cases}$	

20. Demostrar que $arcsen\left(\frac{3}{5}\right)+arcsen\left(\frac{4}{5}\right)=\frac{\pi}{2}$.

21. Demostrar que $arctgx+arctgy=arctg\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$. Deducir de la fórmula anterior el valor de la expresión siguiente: arctg(0'5)+arccotg(3).