

EJERCICIOS DE EXPONENCIALES Y LOGARITMOS

Calcular los siguientes números:

1) $A = \left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}} + 8^{-\frac{1}{3}}$.

2) $B = 2^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{1}{2}} + 32^{\frac{1}{2}} - \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^7$.

3) $C = 2 \lg 5 - \frac{1}{2} \lg 9 + \lg 0,12$

4) $D = \lg\left(\frac{15}{8}\right) + \lg\left(\frac{3}{8}\right) - \lg 20$

5) $E = \lg(7+5\sqrt{2}) + 8 \lg(\sqrt{2}+1) + 7 \lg(\sqrt{2}-1) + 2 \lg(3-2\sqrt{2})$

6) $F = \lg_{18} 6 + \lg_2 6 - (\lg_{18} 6)(\lg_2 6)$

7) $G = \frac{1}{\lg_{35} 1995} + \frac{1}{\lg_{1995} 1995} + \frac{1}{\lg_{57} 1995}$

8) $H = \lg_a b \cdot \lg_b a$

9) $G = \lg_2 3 \cdot \lg_3 4 \cdot \lg_4 5 \cdot \dots \cdot \lg_{19} 20 \cdot \lg_{20} 2$

Calcular b en función de a en cada uno de los ejercicios siguientes:

10) $a = \lg 7$, $b = \lg 28 + \lg 15 - \lg 6$

11) $a^x = 16$, $b^x = 32$

12) $b^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = 8$

13) Calcular $a_n = a \cdot 9^n$ y $b_n = b + 2n$ con $a > 0$ y $n \in \mathbb{N}$.

14) Calcular $A = x^{-y} + y^{-x}$, $B = \lg(10y) + \lg(8x)$ para $x = 1/2$ e $y = 1/4$

15) Sabiendo que $\lg_a x = 5$ y $\lg_a y = 2$ calcular $b = \lg_a \left(\frac{x^3 \sqrt{y}}{y^3} \right)$

16) Calcular: $a = \lg_5 3 \cdot \lg_9 25$; $b = \lg 5700 - \lg 5' 7$; $c = 2^{\lg 6^5} \cdot 3^{\lg 6^5}$

17) Calcular a^{15} y $a^{3/2}$ sabiendo que $a^{1/5} = 1/3$

18) Determinar cuáles de las siguientes igualdades son ciertas y escribir correctamente las que no lo sean:

a) $\lg(a+b) = \lg a + \lg b$

e) $\lg(a^b) = \lg(b) \cdot \lg(a)$

b) $a^x + a^y = a^{x+y}$

f) $a \cdot b^x = (ab)^x$

c) $\lg(0) = 1$

g) $2^{ab} = 2^a \cdot 2^b$

d) $\lg(a-b) = \lg a - \lg b$

19) Sabiendo que $\lg_a x = \sqrt{3}$, calcular:

$\lg_{a^3} x$; $\lg_{a^n} x$; $\lg_x a$; $\lg_a x^3$; $\lg_{a^2} (ax^3)$;

20) Sabiendo que $x = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^3$ e $y = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2$, demostrar que $x^y = y^x$

Comprobar que la misma igualdad se verifica para $x = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ e $y = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ siendo $n \in \mathbb{N}$.

21) Determinar b sabiendo que la gráfica de la función $f(x) = b^x$ pasa por el punto $(-2, 4)$. Calcular $f(3)$, representar la función y enunciar sus propiedades.

- 22)** Determinar a y b sabiendo que la gráfica de la función $y = a \cdot b^x$ pasa por los puntos $A(0, 5)$ y $B(\frac{2}{3}, \frac{5}{4})$. Calcular x para $y=10$ y calcular y para $x=3/2$. Representar gráficamente la función y enunciar sus propiedades.
- 23)** Determinar a sabiendo que la gráfica de la función $f(x) = \lg_a x$ pasa por el punto $(3, 2)$. representar la función y enunciar sus propiedades.
- 24)** Determinar a y b sabiendo que la gráfica de la función $y = \lg_a (x+b)$ pasa por los puntos $A(b, 3)$ y $B(3b, 4)$. Representar gráficamente la función y enunciar sus propiedades.
- 25)** Determinar el dominio de las funciones:

$$f_1(x) = \lg(3x-1) \quad ; \quad f_2(x) = \sqrt{\lg(x+1)} \quad ; \quad f_3(x) = 3^{\lg\left(\frac{x}{1-x}\right)}$$