

**PROBLEMAS DEL TEMA 3 DE CALCULO(E.U.I.T. Informática de Oviedo). 04-05**  
**CALCULO DIFERENCIAL**

1) Estudiar la continuidad y derivabilidad en los puntos  $x = 0$  y  $x = -1$  de la función :

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x), & x \geq 0 \\ x^2, & x \in (-1, 0) \\ -2x - 1, & x \leq -1 \end{cases}$$

Hallar la función derivada de  $f$  en los puntos donde exista.

2) Hallar la función derivada de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = e^{|x|}$       b)  $g(x) = \log\left(\frac{\operatorname{tg}^2(x)}{\operatorname{tg}(x)+1}\right)$

c)  $h(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$       d)  $l(x) = (3 + 2x)^{\log(3+2x)}$

3) Sea  $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\cos(x)}{1 + \operatorname{sen}(x)}\right)$

- a) Comprobar que la función derivada es una constante.  
 b) Hallar la ecuación de la recta tangente a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

4) Hallar la derivada de la función inversa de  $f(x) = x^2 - x$  si  $x \in [1, 2]$

Comprobar que se obtiene lo mismo utilizando el resultado correspondiente a la derivada de la función inversa.

5) Demostrar que la ecuación  $\frac{x-1}{x} - e^{-x} = 0$  tiene exactamente una raíz positiva y encontrar un intervalo (con extremos enteros consecutivos) que la contenga.

6)

a) Sea  $f(x) = \frac{1}{x}$ , ¿ Existe  $c \in (-1, 1)$  tal que  $f'(c) = \frac{f(1) - f(-1)}{2}$  ? . Justificar si la respuesta anterior está en contradicción con el teorema del valor medio.

b) Demostrar que  $1 - \frac{a}{b} < \log \frac{b}{a} < \frac{b}{a} - 1$  si  $0 < a < b$

**PROBLEMAS DEL TEMA 2 DE CALCULO(E.U.I.T. Informática de Oviedo). 04-05**  
**CALCULO DIFERENCIAL**

7) Calcular, usando la regla de L' Hopital, los siguientes limites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x) - x}{x - \operatorname{sen}(x)} \quad (x \rightarrow 0) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(ax))}{\log(\cos(bx))} \quad (x \rightarrow 0)$$

8) Dada la función  $f(x) = \log(x + 1)$

- a) Aproximar dicha función por una parábola en un entorno del cero.
- b) Acotar el error que se comete al considerar el valor del polinomio anterior para calcular  $\log(1.1)$ .

9) Utilizar un desarrollo de Mac-Laurin adecuado para calcular  $\operatorname{sen}(1)$  con un error menor que  $10^{-2}$ .

10) Demostrar que  $x = 0$  es un punto crítico de la función  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} + \cos(x)$  y estudiar si es máximo, mínimo, punto de inflexión o ninguna de estas tres cosas.

11) Hallar los extremos absolutos y relativos de la función  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 15$  si  $x \in [0,3]$ .

12) Determinar las dimensiones del rectángulo de area máxima inscrito en una circunferencia de radio R.

13) Sea  $f(x) = x.e^{1/x}$

- a) Determinar el dominio, asíntotas, crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, concavidad, puntos de inflexión y hacer un esbozo de la grafica de f.
- b) ¿Es f acotada inferiormente o superiormente en su dominio?. ¿Es f acotada inferiormente en  $(0, \infty)$ ?. Calcular, si existen, el ínfimo de f(x) en  $(0, \infty)$  y el supremo de f(x) en  $(-\infty, 0)$ .

14) Se considera la función  $f(x) = \frac{x-1}{x} - e^{-x}$  que tiene un único punto de inflexión aproximadamente en  $(-0.9, -0.3)$ .

- a) Determinar el dominio, continuidad, asíntotas, monotonía, concavidad y hacer un esbozo de la grafica de f.
- b) ¿Es f acotada superiormente en su dominio?. ¿Es f acotada superiormente en  $(0, \infty)$ ?. ¿Es f acotada superiormente e inferiormente en  $(0.5, 1)$ ?. Razonar las respuestas.