

EJERCICIOS DE GEOMETRÍA

1. De la recta r se sabe que pasa por el punto $A(2,1)$ y un vector director es $\mathbf{u}(-2,4)$. Determina su ecuación en todas las formas que conozcas,
2. La ecuación implícita de una recta es $2x-3y+1=0$. Escribe la ecuación de esta recta en forma continua, punto-pendiente, explícita, vectorial y paramétrica razonando las respuestas.
3. Determinar el área del paralelogramo $ABCD$, sabiendo que la ecuación del lado AB es $x-2y=0$, la ecuación del lado AD es $3x+y=0$ y las coordenadas del punto C son $(3,5)$. Razona la respuesta.
4. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento determinado por los puntos $A(1,-2)$ y $B(3,0)$. Hallar, también, el ángulo que forma esta mediatriz con el eje de abscisas.
5. La recta $4x-3y=12$ es la mediatriz del segmento AB . Halla las coordenadas del punto B , sabiendo que las del punto A son $(1,0)$.
6. Los puntos $B(-1,3)$ y $C(3,-3)$ son los vértices de un triángulo isósceles que tiene el tercer vértice A en la recta $x+2y=15$, siendo AB y AC los lados iguales. Calcular las coordenadas de A y las ecuaciones y las longitudes de las tres alturas del triángulo.
7. Por el punto $A(2,6)$ se trazan dos rectas perpendiculares a las bisectrices del primer cuadrante y del segundo cuadrante. Hallar las ecuaciones de dichas rectas y las coordenadas de los vértices del triángulo formado por esas dos rectas y la recta de ecuación $3x-13y=8$.
8. Hallar las ecuaciones de todas las rectas que pasen por el punto $P(2,-3)$ y formen un ángulo de 45° con la recta $3x-4y+7=0$.
9. Determinar el valor de a para que las rectas $ax+(a-1)y-2(a+2)=0$ y $3ax-(3a+1)y-(5a+4)=0$ sean:
 - paralelas
 - perpendiculares
10. Determinar el valor de m para que las rectas $mx+y=12$ y $4x-3y=m+1$ sean paralelas. Después hallar su distancia.
11. Hallar las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos que forma la recta $5x+12y-60=0$ con el eje de ordenadas.
12. Dados los puntos $A(4,-2)$ y $B(10,0)$, hallar el punto de la bisectriz del 2° y 4° cuadrantes que equidista de ambos puntos.
13. Dados los puntos $A(2,1)$, $B(-3,5)$ y $C(4,m)$, calcular el valor de m para que el triángulo ABC tenga de área 6.
14. Hallar las ecuaciones de las rectas que pasando por el punto $A(1,-2)$ distan 2 unidades del punto $B(3,1)$.
15. Un rayo de luz r pasa por el punto de coordenadas $(1,2)$ e incide sobre el eje de abscisas formando con éste un ángulo de 135° . Suponiendo que sobre el eje de abscisas se encuentra un espejo, hallar la ecuación del rayo r y del rayo reflejado en el espejo.

16. Determinar las coordenadas del circuncentro del triángulo ABC, sabiendo que $A = (2,-7)$, $B = (5,9)$ y $C = (-2,-7)$. Hallar también la ecuación de la circunferencia circunscrita y comprobar que dicha circunferencia pasa por los puntos A, B y C.

17. Dados los puntos A (0,-1) y B (1,2), hallar las coordenadas de todos los puntos P situados sobre la recta $x+y=2$ tales que las rectas PA y PB sean perpendiculares.

18. Los puntos A (3,-2) y C (7,4) son vértices opuestos de un rectángulo ABCD, el cual tiene un lado paralelo a la recta $6x-y+2=0$. Hallar las coordenadas de los otros dos vértices del rectángulo y las ecuaciones de sus lados.

19. Hallar las coordenadas del simétrico del punto P (0,6) respecto de la recta $y=2x-3$.

20. Los puntos A (2,-1) y C (3,6) son vértices opuestos de un rectángulo ABCD. Sabiendo que B está en la recta de ecuación $x+4y=0$, hallar las coordenadas de los vértices B y D. (**Indicación:** basta hallar los puntos P sobre la recta tales que PA y PC son perpendiculares).

21. Averiguar si el triángulo de vértices A (2,2), B (4,7), C (9,4) es isósceles.

22. En los tres triángulos siguientes averiguar si son acutángulos, rectángulos u obtusángulos por dos procedimientos distintos: mediante las longitudes de los lados y mediante los productos escalares de los vectores que forman los lados:

- A (2,0), B (1,5), C (3,3)
- A (2,0), B $(6,2\sqrt{3})$, C $(2+\sqrt{3}, -2)$
- A (3,-1), B (3,3), C (0,6)

23. De un rombo ABCD se conocen A (1,3), B (4,6), C (4,y). Hallar la longitud de sus diagonales y la medida de los ángulos del rombo.

24. Calcular la distancia de los puntos A (-2,5), B(1,2) y C (1/3,-5/2) a la recta de ecuaciones paramétricas:

$$r : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$$

25. Hallar los puntos de la recta $7x-y-28=0$ que distan 5 unidades de longitud de la recta $3x-4y-12=0$.

26. Un cuadrado tiene un vértice en el punto (0,7) y una de sus diagonales sobre la recta de ecuación $3x-2y-6=0$. Hallar el área.

27. Un cuadrado tiene un vértice en el origen y un lado sobre la recta de ecuación $x-2y+10=0$. Hallar el área del cuadrado y la longitud de la diagonal.

28. Un vértice de un triángulo equilátero es el punto (0,0); una de sus medianas está sobre la recta $y=2x+5$. Hallar el área del triángulo y las coordenadas de los otros dos vértices.

29. Hallar la ecuación de una recta que forma un ángulo de 120° con el semieje de abscisas positivo y que dista 2 unidades del origen.

30. Hallar las ecuaciones de las rectas paralelas a la recta $3x+4y+2=0$ que distan 1 unidad de ella.

31. Hallar las coordenadas de un punto P situado sobre la recta $x+y-15=0$ que equidista de las rectas $y-2=0$, $3y=4x-6$.

32. Las rectas de ecuaciones $3x+4y-5=0$ y $px+7y+2=0$ forman un ángulo cuyo seno vale $3/5$. Hallar p .

33. Averiguar cuáles de las siguientes parejas de rectas pueden contener dos medianas de un triángulo equilátero:

- $(2+\sqrt{3})x+y-1=0$ $x-y-3=0$
- $x+2y-1=0$ $2x-y+4=0$

34. Dos medianas de un triángulo equilátero se hallan sobre las rectas $y=mx$ e $y=2x-5$. Calcular m y la ecuación de la otra mediana.

35. Se considera un trapecio rectángulo ABCD cuyo lado oblicuo es CD. Se sabe que $A = (1,2)$, $B = (-1,7)$ y la ecuación de la recta CD es $x+y-1=0$. Calcular los vértices C y D y el área del trapecio.

36. Determinar las longitudes de los lados y los ángulos del triángulo cuyos lados se encuentran sobre las rectas $2x+y=2$, $5x+2y=10$ y el eje de ordenadas.

37. Un hexágono regular tiene su centro en el origen de coordenadas y uno de sus lados sobre la recta de ecuación $\sqrt{2}x+y-3=0$. Hallar su área.

38. Un hexágono regular tiene su centro en el origen de coordenadas y uno de sus vértices es $(6,0)$. Hallar las coordenadas de los demás vértices y las ecuaciones de sus lados.

39. Hallar el área y los ángulos del cuadrilátero de vértices $A (0,3)$, $B (3,8)$, $C (8,6)$, $D (8,2)$.

40. Las rectas $mx+y=0$ y $\sqrt{3}x-y=1$ son medianas de un triángulo equilátero de lado 2. Hallar las coordenadas de sus vértices.