

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE COMBINATORIA

En estas hojas se presenta una colección variada de ejercicios y problemas de combinatoria. Los ejercicios están mezclados de forma que no se prevea si se trata de variaciones, permutaciones o combinaciones. Todos los ejercicios deben ser razonados. No basta con dar sólo el resultado.

1. ¿Cuántas palabras diferentes de tres letras pueden formarse con las letras de la palabra CIMA, sin que se repita ninguna letra? Una vez calculado el número, escríbelas todas ordenadamente.
2. Calcula cuántas palabras diferentes de cuatro letras distintas pueden formarse con las letras de la palabra MUSA. Después escríbelas ordenadamente.
3. ¿Cuántos subconjuntos distintos de tres elementos pueden formarse con un conjunto de 8 elementos?
4. Calcular el valor de m para que $V_{m,3} = 2 V_{m,2}$
5. Hallar el valor de m para que se verifique $V_{m,2} + V_{m-1,2} + V_{m-2,2} = 62$
6. Escribir como cociente de números factoriales las siguientes expresiones:
 - a) $11 \times 10 \times 9$
 - b) $(x+1) \times (x-1)$
 - c) $(p-2) (p-3) (p-4)$
7. Resolver la ecuación $P_{x-1} = 56 P_{x-3}$
8. Resolver la ecuación $V_{x,2} + 5 P_3 = 9x + 6$
9. Hallar x sabiendo que $C_{x,x-2} = 10$
10. Resolver la ecuación $3 C_{x,4} = 5 C_{x,2}$
11. En una carrera en la que participan 10 caballos existen dos tipos de apuesta: en la primera hay que acertar quién va a quedar primero, quién segundo y quién tercero; en la segunda hay que acertar cuáles van a ser los cuatro primeros caballos en llegar, pero no su clasificación. ¿Cuál de los dos tipos de apuesta crees que es más sencilla?
12. ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas pueden escribirse con las cifras 0, 2, 4, 6?
13. Dibuja una circunferencia y marca sobre la misma doce puntos. Uniendo parejas de esos puntos ¿Cuántos pentágonos distintos se podrían formar?
14. Con las cifras 0, 2, 4, 6 y 8 ¿cuántos números distintos de tres cifras, todas ellas diferentes, pueden formarse?

15. ¿Cuántos números mayores que 4100 se pueden formar con las cifras 1, 2, 3, 4 sin que se repita ninguna?
16. Recordando que una diagonal de un polígono convexo es el segmento que une dos vértices no consecutivos ¿cuántas diagonales se pueden trazar en un octógono convexo?
17. Averiguar cuántas guardias de cinco personas se pueden programar con 14 soldados, con la condición de que el más antiguo de ellos ha de participar en todas.
18. Calcular la suma de todos los números de 4 cifras distintas que se pueden formar con las cifras 1, 3, 5, 7.
19. En una fábrica hay varios centros de almacenamiento, cada uno de los cuales está unido a los demás por una cinta transportadora. Calcula el número de centros de la fábrica si se sabe que el número de cintas transportadoras es 66.
20. ¿Cuántos números distintos de tres cifras diferentes pueden formarse con las cifras 2, 3, 5, 7, 8, teniendo que ser la primera cifra par?
21. Hallar cuántos números distintos de tres cifras diferentes pueden formarse con las cifras 2, 3, 4, 5, 6, 7 que estén comprendidos entre 400 y 600.
22. Calcula la suma de todos los números de cuatro cifras significativas, todas ellas pares y diferentes.
23. Se tienen nueve puntos en un plano. Cuatro de ellos están alineados y los restantes están dispuestos de forma que no hay nunca 3 alineados. ¿Cuántos triángulos pueden formarse que tengan sus vértices sobre esos 9 puntos? ¿Cuántas rectas distintas determinan esos puntos?
24. ¿Cuántas señales distintas pueden hacerse con cinco banderas distintas agrupándolas de tres en tres y sin que se repita ninguna? ¿Y agrupándolas de todas las formas posibles (es decir, de una en una, de dos en dos, etc)?
25. Halla la suma de todos los números de cinco cifras diferentes que pueden formarse con las cifras 0, 1, 2, 3, 4.
26. ¿Cuántas palabras (con sentido o no) pueden formarse que tengan exactamente las mismas letras de la palabra CASTO y que empiecen y terminen por vocal?
27. En un club de fútbol hay 23 jugadores, de los que 3 son porteros. ¿Cuántas alineaciones diferentes puede hacer el entrenador si cualquiera de los jugadores de campo puede jugar como defensa, medio o delantero?
28. ¿Cuántos equipos de baloncesto de 5 jugadores cada uno pueden hacerse en un club de 11 jugadores, con la condición de que los jugadores A, B y C no pueden estar simultáneamente en el mismo equipo?

29. Averiguar cuántos números mayores que 200 y menores que 700 pueden formarse con las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 sin que tengan cifras repetidas. Responde a la misma cuestión en el caso de que las cifras se puedan repetir.
30. ¿Cuántas quinielas de fútbol habría que hacer para tener la certeza de tener una de 14 aciertos? (No tenemos en cuenta la opción del pleno al 15). ¿Cuántas apuestas habría que rellenar en el Bono Loto o en la Lotería Primitiva para tener la certeza de tener una de 6 aciertos? ¿Cuántos números de la Lotería Nacional tendría que adquirir para estar seguro de que me toca el gordo? Averigua los precios actuales de cada una de esas apuestas y explica por qué existe esa variedad.
31. Con las letras de la palabra BRAVO, ¿cuántas ordenaciones distintas pueden hacerse de forma que no haya dos vocales juntas?
32. Suponemos ordenadas en forma creciente todas las permutaciones que pueden formarse con las cifras 1, 2, 3, 5, 8, 9 sin que se repita ninguna. ¿Qué lugar ocupará la permutación 598132?
33. ¿Cuántos puntos de intersección producen 8 rectas coplanarias, sabiendo que dos de ellas son paralelas?
34. ¿Cuántas palabras que contengan dos consonantes y dos vocales pueden formarse con cinco consonantes y cuatro vocales?
35. Resolver la ecuación $\frac{2VR_x^3}{V_x^2} = 9$
36. ¿Cuántos números de cinco cifras pueden formarse con las cifras 4, 5, 6 y 7? ¿Cuántos de esos números terminan en 5? Calcula la suma de todos los números obtenidos en las dos preguntas anteriores?
37. Se suponen ordenadas en sentido creciente todas las permutaciones posibles con las cifras 1, 2, 3, 5, 7, y 8 ¿Qué lugar ocupará la permutación 731825?
38. Con, exactamente, las letras de la palabra FRANCISCO ¿cuántas palabras pueden formarse con la condición de que empiecen por N y terminen por una consonante?
39. De cierto número de rectas coplanarias se sabe que no hay tres de ellas que concurran en el mismo punto y no hay ninguna pareja de rectas paralelas. Esas rectas producen 45 puntos al cortarse. ¿De cuántas rectas estamos hablando?
40. En cada uno de los ocho vértices del octógono en que termina la torre de mando de un buque hay luces de colores diferentes. ¿Cuántas señales distintas se podrán hacer encendiendo menos de cinco luces?

41. ¿Cuántas multiplicaciones distintas de tres factores distintos con una cifra cada uno pueden hacerse con la condición de que el resultado debe ser distinto de cero? ¿Y si quitamos la condición de que los factores sean distintos?

42. Calcular de la forma más rápida posible el valor de los siguientes números combinatorios:

a) $\binom{500}{498}$ b) $\binom{100}{97}$

43. Comprobar si la siguiente igualdad es correcta: $\binom{m}{n} = \frac{m}{n} \binom{m-1}{n-1}$

44. ¿Cómo comprobarías, sin hallar sus valores, que los números combinatorios siguientes son iguales? $\binom{6483}{3597}$ $\binom{6483}{2886}$

45. Resolver la ecuación $\binom{17}{x} = \binom{17}{9}$

46. Calcula el valor de m para que se verifique la siguiente igualdad:
 $\binom{m+1}{2} + \binom{m}{2} + \binom{m-1}{2} = 19$

47. Resolver la ecuación $\binom{16}{x+1} = \binom{16}{x-1}$

48. Resolver la ecuación $7 \binom{2x-2}{x-1} = 2 \binom{2x}{x}$

49. Calcula el valor de $\binom{525}{523} + \binom{525}{524}$

50. Resuelve la ecuación $\binom{x}{0} + \binom{x}{1} \cdot \binom{x}{2} = \frac{x^2}{2} + 2$

51. ¿Cuántos productos diferentes pueden formarse con los números 7, 9, 11, 13 y 17 tomados de tres en tres?

52. Con seis pesas de 1, 2, 5, 10, 20, y 50 kg ¿Cuántas pesadas diferentes pueden obtenerse tomándolas de tres en tres?

53. ¿Cuántos números enteros distintos mayores que 10 y menores que 100 pueden formarse con las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8?
54. ¿Cuántas palabras, con significado o no, pueden formarse con todas las letras de la palabra "problema"?
55. ¿Cuántos números distintos de cinco cifras diferentes pueden formarse con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5 que sean menores que 54000?
56. Un depósito de agua tiene 5 caños de desagüe, que arrojan 1, 3, 5, 10 y 20 litros por minuto respectivamente. Abriendo indistintamente cuatro de estos caños, ¿en cuántos tiempos diferentes se puede desaguar el depósito?
57. Se tienen 14 letras diferentes. ¿De cuántas en cuántas habrá que tomarlas para que el número de sus combinaciones sea el mayor posible?
58. ¿Cuántas sumas diferentes de dos sumandos se pueden obtener con los números 1, 3, 5, 11, 21 y 41?
59. Una clase tiene 24 alumnos y el profesor pregunta cada día la lección a dos de ellos. El profesor desea que no se repita nunca la misma pareja ¿Durante cuánto tiempo lo podrá conseguir?
60. A una persona se le sirven en cada comida cuatro platos, de los nueve que son de su agrado. ¿Cuántas comidas diferentes puede hacer esa persona?
61. En una fila de cine de 10 butacas, ¿cuántas posiciones diferentes pueden ocupar tres individuos?
62. ¿Cuántas palabras de dos vocales y dos consonantes pueden formarse con cuatro consonantes y dos vocales, con la condición de que no pueden figurar dos vocales seguidas?
63. ¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse 10 personas alrededor de una mesa?
64. En una carrera de seis caballos, ¿cuántas clasificaciones distintas pueden producirse si se supone que no hay ningún tipo de empate?
65. El número de variaciones de n objetos tomados de seis en seis es 720 veces mayor que el de combinaciones de estos objetos tomados de cuatro en cuatro. ¿De cuántos objetos se trata?
66. La diferencia entre el número de variaciones de n objetos tomados de dos en dos y el de combinaciones de esos mismos objetos tomados también de dos en dos es 190. ¿Cuántos objetos hay?
67. Con las cifras del número 8.752.436 ¿cuántos números distintos de tres cifras se pueden formar no repitiendo ninguna? ¿y repitiendo? ¿Cuántos de esos números son mayores que 500 (en ambos casos)?

68. Se tienen los números 5874 y 12369. ¿Cuántos números enteros pueden formarse que contengan dos cifras no repetidas del primero y tres cifras no repetidas del segundo? La misma cuestión pudiendo repetirse las cifras. La misma cuestión no repitiendo las cifras del primero pero sí las del segundo.
69. Con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5 ¿cuántos números distintos de cinco cifras se pueden formar con la condición de que entren todos y de que el 3 ocupe siempre la cifra de las centenas?
70. Halla la suma de todas las posibles combinaciones que pueden hacerse con 10 letras tomadas de dos en dos, de tres en tres, de cuatro en cuatro, ..., de ocho en ocho y de nueve en nueve.