

2.3 DERIVADA DE UNA FUNCIÓN COMPUESTA. REGLA DE LA CADENA

$$F(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Las reglas de derivación aplicadas a funciones compuestas quedan así:

- $F(x) = (f(x))^n \quad \rightarrow \quad F'(x) = n \cdot (f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$
- $F(x) = \text{sen}(f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \text{cos}(f(x)) \cdot f'(x)$
- $F(x) = \text{cos}(f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = -\text{sen}(f(x)) \cdot f'(x)$
- $F(x) = \text{tg}(f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = (1 + \text{tg}^2(f(x))) \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{\text{cos}^2(f(x))}$
- $F(x) = \text{arc sen}(f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{1 - (f(x))^2}}$
- $F(x) = \text{arc cos}(f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1 - (f(x))^2}}$
- $F(x) = \text{arc tg}(f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \frac{f'(x)}{1 + (f(x))^2}$
- $F(x) = e^{f(x)} \quad \rightarrow \quad F'(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$
- $F(x) = a^{f(x)} \quad \rightarrow \quad F'(x) = a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \ln a$
- $F(x) = \ln(f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$
- $F(x) = \log_a(f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot \frac{1}{\ln a}$

EJERCICIO RESUELTO

Halla la derivada de estas funciones:

a) $f(x) = (x^2 - 3x)^7$

b) $g(x) = \text{sen}^3 x = (\text{sen } x)^3$

c) $h(x) = \ln^3(x^2 + 3) = [\ln(x^2 + 3)]^3$

RESOLUCIÓN

a) $f'(x) = 7(x^2 - 3x)^6 \cdot (2x - 3) = (14x - 21)(x^2 - 3x)^6$

b) $g'(x) = 3 \text{sen}^2 x \cdot \text{cos } x$

c) $h'(x) = 3 [\ln(x^2 + 3)]^2 \cdot \frac{1}{x^2 + 3} \cdot 2x = \frac{6x \ln^2(x^2 + 3)}{x^2 + 3}$

Halla la derivada de las siguientes funciones:

- 1 $f(x) = (x^2 + 5)^6$ → $f'(x) =$
- 2 $f(x) = \text{sen}(x^2 - 1)$ → $f'(x) =$
- 3 $f(x) = \text{cos}(\ln x)$ → $f'(x) =$
- 4 $f(x) = \text{tg}(2x - 3x^2)$ → $f'(x) =$
- 5 $f(x) = e^{3x^2 + 1}$ → $f'(x) =$
- 6 $f(x) = 2^{4x + 1}$ → $f'(x) =$
- 7 $f(x) = \text{cos}^2 x$ → $f'(x) =$
- 8 $f(x) = e^{3x}$ → $f'(x) =$
- 9 $f(x) = \ln(3x^2 - 6)$ → $f'(x) =$
- 10 $f(x) = \ln\left(\frac{3x^2 - 1}{2}\right)$ → $f'(x) =$
- 11 $f(x) = \text{arctg}(3x^2 + 2x)$ → $f'(x) =$
- 12 $f(x) = \text{arc sen}(x^2)$ → $f'(x) =$
- 13 $f(x) = \text{arc cos}(x^3 - 1)$ → $f'(x) =$
- 14 $f(x) = \text{sen}(3x^2 - 1)^2$ → $f'(x) =$
- 15 $f(x) = \text{sen}^2(3x^2 - 1)$ → $f'(x) =$
- 16 $f(x) = 3^{\text{cos } x}$ → $f'(x) =$
- 17 $f(x) = \ln\left(\frac{x + 1}{x - 2}\right)$ → $f'(x) =$
- 18 $f(x) = \left(\frac{x^2 - 1}{x + 2}\right)^2$ → $f'(x) =$
- 19 $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$ → $f'(x) =$
- 20 $f(x) = \frac{x + 1}{(x - 2)^2}$ → $f'(x) =$
- 21 $f(x) = \frac{(2x + 1)^2}{x - 1}$ → $f'(x) =$
- 22 $f(x) = \frac{(3x - 1)^2}{2x + 1}$ → $f'(x) =$
- 23 $f(x) = \frac{e^x}{(x - 1)^2}$ → $f'(x) =$