

TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

Si una población tiene media μ y desviación típica σ , y tomamos muestras de tamaño n ($n > 30$, ó cualquier tamaño si la población es "normal"), las medias de estas muestras siguen aproximadamente la distribución:

$$\bar{X} \rightarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Destacar que si la población de la que se obtienen las muestras es *normal*, las medias muestrales también se distribuyen según una distribución normal, independientemente del tamaño de la muestra.

Ejemplo:

Se sabe que las bolsas de azúcar producidas por una máquina tiene una media de 500 g. y una desviación típica de 35 g. Dichas bolsas se empaquetan en cajas de 100 unidades. ¿Cómo se distribuyen las medias de los pesos de las bolsas de cada caja?

Solución

Tenemos $\mu = 500$, $\sigma = 35$, $n = 100$

Por el Teorema Central del Límite (aunque la variable peso no sea normal, tenemos $n > 30$), la variable \bar{X} = "media de los pesos de la muestra" se distribuye según una normal:

$$\bar{X} \rightarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(500, \frac{35}{\sqrt{100}}\right) = N(500, 3.5)$$

Ejemplo:

Las estaturas, en centímetros, de un grupo de soldados se distribuyen normalmente con media 173 y desviación típica 6. ¿Qué distribución sigue la estatura media de una muestra de 12 soldados?

Solución

Aquí si tenemos una muestra con $n = 12$

Aunque sea $n < 30$, como la población de partida es normal, podemos también aplicar el Teorema Central del Límite:

$$\bar{X} \rightarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(173, \frac{6}{\sqrt{12}}\right) = N(173, 1.73)$$

Ejercicios:

- 1.- Se supone que la distribución de la temperatura del cuerpo humano en la población tiene de media 37° y de desviación típica $0,85^\circ$. Se elige una muestra de 105 personas. Hallar las probabilidades de que:
 - a) La media sea menor que $36,9^\circ$
 - b) La media esté comprendida entre $36,5^\circ$ y $37,2^\circ$

- 2.- Las notas de cierto examen se distribuyen según una normal de media 5,8 y desviación típica 2,4. Hallar la probabilidad de que la media de una muestra tomada al azar de 16 estudiantes esté comprendida entre 5 y 7