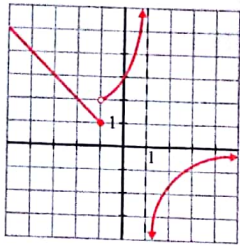


2.11 EJERCICIOS DE RECAPITULACIÓN (2ª PARTE: LÍMITES Y CONTINUIDAD)

1 La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x)$:



a) Estudia su continuidad. En los puntos en los que no sea continua, indica el tipo de discontinuidad.

b) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

2 Halla los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x+2)^2} = \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} = \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(x+2)^2} = \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{(x+2)^2} =$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 2} (\log_2 x) = \quad \text{f) } \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x) = \quad \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{4} x^3 - 2x \right) = \quad \text{h) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - x^3)^3 =$$

3 Estudia la continuidad de las siguientes funciones. En los puntos en los que no sean continuas, indica el tipo de discontinuidad:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 2x}{3} \quad \text{b) } f(x) = \frac{3}{x^2 - 2x} \quad \text{c) } f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 2x + 1} \quad \text{d) } f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3}$$

4 Estudia la continuidad de estas funciones. En los puntos en los que no sean continuas, indica el tipo de discontinuidad:

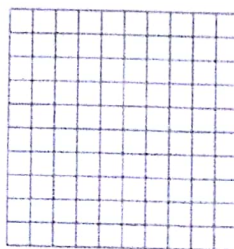
$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } 0 < x < 2 \\ 5 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x - 2} & \text{si } x \neq -1 \\ -\frac{2}{3} & \text{si } x = -1 \end{cases}$$

5 Dada la función: $f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ 3x - x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$

a) Estudia su continuidad.

b) Halla $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

c) Representala gráficamente.



6 Halla el valor de k para que la siguiente función sea continua: $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + k & \text{si } x \leq 2 \\ kx - 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

7 Halla el valor de a para que la siguiente función sea continua en $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + x - 6} & \text{si } x \neq 2 \\ a & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

8 Halla el valor de m y n para que $f(x)$ sea continua en \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} mx - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4x^2 + 2 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ n + 10 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

9 Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - x^2}{2x + x^2} =$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - x^2}{2x + x^2} =$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - x^2}{2x + x^2} =$ d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x - x^2}{2x + x^2} =$

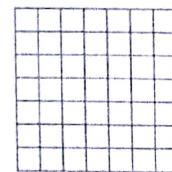
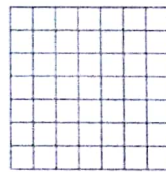
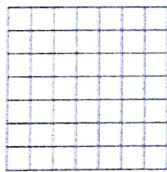
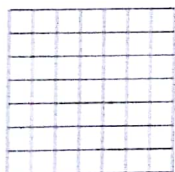
e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x - x^2}{2x + x^2} =$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + x^2}{(x + 2)^2} =$ g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + 2x - x^3}{2x^3 + 1} =$ h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} =$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3}{x + 2} =$ j) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x + 3} =$ k) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16} =$ l) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16} =$

m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2}{(x + 4)^2} =$ n) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x + 4} =$ ñ) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} =$ o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} =$

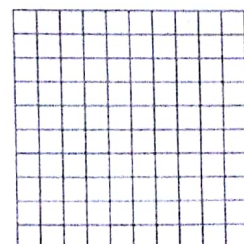
10 Calcula los siguientes límites y representa los resultados en cada caso:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 1}{x - 2} =$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 2x + 1} =$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 1}{1 + x} =$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 1}{1 + x} =$



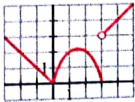
11 a) Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x}$, halla los siguientes límites:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$







b) Haz un esbozo de la gráfica de $f(x)$ representando los límites que has obtenido.

Página 38

- 1 a) • Si $x \neq -1$ y $x \neq 1 \rightarrow$ continua.
 • Discontinuidad de salto finito en $x = -1$.
 • Discontinuidad infinita en $x = 1$.
 b) $+\infty$; $-\infty$; 1; 2; no existe; 3; 0; $+\infty$
- 2 a) 1/16 b) $+\infty$ c) 0 e) 1
 f) 0 g) $+\infty$ h) $+\infty$
- 3 a) Continua en \mathbb{R} .
 b) $D = \mathbb{R} - \{0, 2\}$. Continua en su dominio; discontinuidades infinitas en $x = 0$ y en $x = 2$.
 c) $D = \mathbb{R} - \{-1\}$. Continua en su dominio. Discontinuidad infinita en $x = -1$.
 d) $D = \mathbb{R} - \{1, 3\}$. Continua en su dominio. Discontinuidad evitable en $x = 3$. Discontinuidad infinita en $x = 1$.
- 4 a) • $D = [-1, 0) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$. $f(x)$ es continua en su dominio.
 • Discontinuidades evitables en $x = 0$ y en $x = 2$.
 b) • Si $x \neq 1$ y $x \neq 2 \rightarrow$ continua.
 • Discontinuidad evitable en $x = -1$.
 • Discontinuidad infinita en $x = 2$.
- 5 a) • Si $x \neq 3 \rightarrow$ continua.
 • Discontinuidad de salto finito en $x = 3$.
 b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
 c) 
- 6 $k = 19$

Página 39

- 7 $a = 2/5$
- 8 $m = 7, n = 28$
- 9 a) -1 b) -1 c) 3/2
 d) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$
 e) 0 f) 1 g) 1
 h) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$
 i) $+\infty$ j) 1/2 k) 1/2
 l) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = -\infty$
 m) 0 n) 0
 ñ) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$
 o) 0
- 10 a) 
 b) 
 c) 
 d) 
- 11 a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$;
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$;
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3/2$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$
 b) 