

TIPIFICACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(\mu, \sigma)$

Obviamente no existen tablas para todas las distribuciones normales $N(\mu, \sigma)$, por lo que habrá que transformarla en una $N(0,1)$ para poder usar la tabla.

Al proceso de transformar una variable normal cualquiera $N(\mu, \sigma)$ en una $N(0,1)$ se le llama *tipificación de la variable*.

El cambio de variable que hay que hacer es el siguiente:

$$\text{Si } X \rightarrow N(\mu, \sigma) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \rightarrow N(0,1)$$

Es decir, tipificar una variable normal cualquiera consiste en restarle su media y dividirla por su desviación típica, con lo que se convierte en una $N(0,1)$.

Ejemplo 1:

Sea X una variable $N(8,2)$. Calcular:

a) $P(X \leq 6'5)$ b) $P(7'2 < X \leq 8'3)$

Solución:

a) $P(X \leq 6'5) = \text{tipificando} = P\left(\frac{X - 8}{2} \leq \frac{6'5 - 8}{2}\right) = P(Z \leq -0'75) =$

$(Z \text{ ya es una } N(0,1)) = P(Z > 0'75) = 1 - P(Z \leq 0'75) = \text{buscando en la tabla} = 1 - 0'7734 = 0'2266$

b) $P(7'2 < X \leq 8'3) = P\left(\frac{7'2 - 8}{2} < \frac{X - 8}{2} \leq \frac{8'3 - 8}{2}\right) = P(-0'4 < Z \leq 0'15) =$
 $= P(Z \leq 0'15) - P(Z < -0'4) = (*)$

Calculamos aparte:

$$P(Z < -0'4) = P(Z > 0'4) = 1 - P(Z \leq 0'4) = 1 - 0'6554 = 0'3446$$

Luego:

$$(*) = 0'5596 - 0'3446 = 0'215$$

Ejemplo 2:

La duración media de un lavavajillas es de 15 años y su desviación típica 0,5. Sabiendo que su vida útil se distribuye normalmente, halla la probabilidad de que al adquirir un lavavajillas dure más de 16 años.

Solución:

Es una distribución normal de media 15 y desviación típica 0,5, es decir, $N(15; 0,5)$.

$$\begin{aligned} p(X \geq 16) &= p\left(\frac{X - 15}{0,5} \geq \frac{16 - 15}{0,5}\right) = p(Z \geq 2) = 1 - p(Z < 2) = \\ &= 1 - 0,9772 = 0,0228 \end{aligned}$$

Nota: eso significa que un 2,28% de los lavavajillas de ese modelo duran más de 16 años

Ejercicios:

- 1.- La nota media de las pruebas de acceso correspondientes a los estudiantes que querían ingresar en una facultad era 5,8 y la desviación típica 1,75. Fueron admitidos los de nota superior a 6.
¿Cuál fue el porcentaje de admitidos si la distribución es normal?
- 2.- En las etiquetas de las cajas de unos determinados tornillos está indicado que tienen un diámetro comprendido entre 1,09 y 1,11 mm. Si dicho diámetro es una variable normal con media 1,10 y desviación típica 0,005 mm, ¿qué porcentaje de tornillos no cumple con la especificación de las etiquetas?