INTEGRACIÓN POR PARTES

Cuando el integrando está formado por un producto (o una división, que podemos tratar como un producto) se recomienda utilizar el método de integración por partes que consiste en aplicar la siguiente fórmula:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

Regla mnemotécnica: Un Día Vi Una Vaca MENOS Flaca Vestida De Uniforme (UDV = UV - FVDU).

Aunque se trata de un método simple, hay que aplicarlo correctamente.

Método:

1. El integrando debe ser un producto de dos factores.
2. Uno de los factores será u y el otro será dv.
3. Se calcula du derivando u y se calcula v integrando dv.
4. Se aplica la fórmula.

1) $\int x \cdot e^{2x}\,dx$

$$\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x}\,dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \int e^{2x}dx = \dfrac{e^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$\int x \cdot e^{2x}\,dx = x \cdot \frac{e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2}\,dx = \frac{1}{2}x \cdot e^{2x} - \frac{1}{2}\int e^{2x}\,dx = \frac{1}{2}x \cdot e^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C$$

- **A**: funciones **A**rco (arco seno, arco coseno, arco tangente)
- **L**: **L**ogaritmos
- **P**: **P**otencias (de exponente numérico)
- **E**: **E**xponenciales
- **S**: **S**eno y coseno

Halla estas integrales integrando por partes.

a) $\int x^2 \ln x \, dx$ b) $\int x^2 sen\ x \, dx$

a) $$\int x^2 \ln x \, dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \int \frac{x^2}{3} dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + k$$

$u = \ln x \rightarrow du = \frac{1}{x} dx$

$dv = x^2 \, dx \rightarrow v = \frac{x^3}{3}$

b) $$\int x^2 sen\ x \, dx = -x^2 \cos x + \int 2x\cos x \, dx = -x^2 \cos x + 2x sen\ x - \int 2 sen\ x \, dx =$$

$u = x^2 \rightarrow du = dx \, dx$

$dv = sen\, x \, dx \rightarrow v = -\cos x$

$u = 2x \rightarrow du = 2dx$

$dv = \cos x \, dx \rightarrow v = sen\, x$

$$= -x^2 \cos x + 2x sen\ x + 2\cos x + k$$

Utiliza la integración por partes para calcular:

a) $\int e^x (7 + 2x) \, dx$ b) $\int (4x^2 - 3x + 1) \cos x \, dx$

a) $$\int e^x (7 + 2x) \, dx = (7 + 2x)e^x - \int 2e^x \, dx = (7 + 2x)e^x - 2e^x + k = e^x (5 + 2x) + k$$

$u = 7 + 2x \rightarrow du = 2 \, dx$

$dv = e^x \, dx \rightarrow v = e^x$

b) $$\int (4x^2 - 3x + 1) sen\, x \, dx = -(4x^2 - 3x + 1)\cos x + \int (8x - 3)\cos x \, dx =$$

$u = 4x^2 - 3x + 1 \rightarrow du = (8x - 3x) \, dx$

$dv = sen\, x \, dx \rightarrow v = -\cos x$

$$= -(4x^2 - 3x + 1)\cos x + (8x - 3) sen\, x - \int 8 \, sen\, x \, dx =$$

$u = 8x - 3 \rightarrow du = 8 \, dx$

$dv = \cos x \, dx \rightarrow v = sen\, x$

$$= -(4x^2 - 3x + 1)\cos x + (8x - 3) sen\, x + 8\cos x + k$$

Si tenemos una integral con sólo un **logaritmo** o un "**arco**", integramos por partes tomando: ***dv = 1dx***

Calculamos $\int ln(x)dx$ **por partes:**

$$u = ln(x) \longrightarrow du = \frac{1}{x}dx$$

$$dv = dx \longrightarrow v = x$$

$$\int ln(x)dx = ln(x) \cdot x - \int x \cdot \frac{1}{x}dx =$$

$$= xln(x) - x = x \cdot (ln(x) - 1) + C$$