

## Ejercicios resueltos de logaritmos

**1.** Calcular el valor de  $x$ , aplicando la definición de logaritmo:

**a)**  $x = \log_4 64$    **b)**  $x = \log_3 \frac{1}{27}$    **c)**  $x = \log_3 81$    **d)**  $x = \log_2 2\sqrt{2}$    **e)**  $\log_x 125 = -3$    **f)**  $\log_2(4x) = 3$

### Solución

El logaritmo de un número es el número al que hay que elevar la base para obtenerlo, es decir,  
 $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$

**a)**  $x = \log_4 64 \Leftrightarrow 4^x = 64$ . Como  $64 = 4^3$ , se tiene  $4^x = 4^3$  y por tanto  $x = 3$ .

**b)**  $x = \log_3 \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^x = \frac{1}{27}$ . Como  $\frac{1}{27} = 3^{-3}$ , se tiene  $3^x = 3^{-3}$  y por tanto  $x = -3$ .

**c)**  $x = \log_3 81 \Leftrightarrow 3^x = 81$ . Como  $81 = 3^4$ , se tiene  $3^x = 3^4$  y por tanto  $x = 4$ .

**d)**  $x = \log_2 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 2^x = 2\sqrt{2}$ , Como  $2\sqrt{2} = 2 \cdot 2^{1/2} = 2^{3/2}$ , se tiene  $2^x = 2^{3/2}$  y por tanto  $x = \frac{3}{2}$ .

**e)**  $\log_x 125 = -3 \Leftrightarrow x^{-3} = 125 \Leftrightarrow \frac{1}{x^3} = 125 \Leftrightarrow \frac{1}{125} = x^3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$

**f)**  $\log_2(4x) = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 4x \Leftrightarrow x = 2$

**3.** Sabiendo que  $\log_{10} 4 \approx 0,60206$  calcular una aproximación de los siguientes valores:

**a)**  $\log_{10} 2$    **b)**  $\log_{10} \frac{1}{4}$    **c)**  $\log_{10} 0,2$    **d)**  $\log_{10} 4000$

### Solución

Se aplican propiedades de los logaritmos para escribir los valores en función de  $\log_{10} 4$ .

**a)**  $\log_{10} 2 = \log_{10} \sqrt{4} = \log_{10} 4^{1/2} = \frac{1}{2} \log_{10} 4 \approx \frac{1}{2} \cdot 0,60206 = 0,30103$

**b)**  $\log_{10} \frac{1}{4} = \log_{10} 4^{-1} = -\log_{10} 4 \approx -0,60206$

**c)**  $\log_{10} 0,2 = \log_{10} \frac{2}{10} = \log_{10} 2 - \log_{10} 10 \approx 0,30103 - 1 = -0,69897$

**d)**  $\log_{10} 4000 = \log_{10} (4 \cdot 1000) = \log_{10} 4 + \log_{10} 1000 = \log_{10} 4 + \log_{10} 10^3 \approx 0,60206 + 3 = 3,60206$

**4.** Conocidos  $\ln a = 0,6$  y  $\ln b = 2,4$  calcular:

**a)**  $\ln \sqrt{a}$    **b)**  $\ln \sqrt[4]{b}$    **c)**  $\ln \sqrt{ab}$    **d)**  $\ln \sqrt[3]{\frac{ab}{e^2}}$    **e)**  $\ln \frac{\sqrt{a^{-3}}}{\sqrt[3]{b^2}}$

### Solución

**a)**  $\ln \sqrt{a} = \ln a^{1/2} = \frac{1}{2} \ln a = \frac{1}{2} \cdot 0,6 = 0,3$

**b)**  $\ln \sqrt[4]{b} = \ln b^{1/4} = \frac{1}{4} \ln b = \frac{1}{4} \cdot 2,4 = 0,6$

**c)**  $\ln \sqrt{ab} = \ln (ab)^{1/2} = \frac{1}{2} \ln(ab) = \frac{1}{2} (\ln a + \ln b) = \frac{1}{2} (0,6 + 2,4) = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1,5$

**d)**  $\ln \sqrt[3]{\frac{ab}{e^2}} = \ln \left( \frac{ab}{e^2} \right)^{1/3} = \frac{1}{3} \ln \frac{ab}{e^2} = \frac{1}{3} (\ln(ab) - \ln e^2) = \frac{1}{3} (\ln a + \ln b - 2) = \frac{1}{3} (0,6 + 2,4 - 2) = \frac{1}{3}$

**e)**  $\ln \frac{\sqrt{a^{-3}}}{\sqrt[3]{b^2}} = \ln \sqrt{a^{-3}} - \ln \sqrt[3]{b^2} = \ln a^{-3/2} - \ln b^{2/3} = \frac{-3}{2} \ln a - \frac{2}{3} \ln b = \frac{-3}{2} \cdot 0,6 - \frac{2}{3} \cdot 2,4 = -2,5$

2. Calcula utilizando la definición de logaritmo :

a)  $\log_2 64 + \log_2 1/4 - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

b)  $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

a)  $\log_2 64 + \log_2 1/4 - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

1º. Resolvemos cada término aplicando la definición.

$$\log_2 64 = x \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \rightarrow 2^x = 2^6 \rightarrow x = 6$$

$$\log_2 1/4 = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{-2} \rightarrow 2^x = 2^{-2} \rightarrow x = -2$$

$$\log_3 9 = x \Leftrightarrow 3^x = 3^2 \rightarrow x = 2$$

$$\log_2 \sqrt{2} = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{1/2} \rightarrow x = 1/2$$

2º. Sustituimos los valores obtenidos y resolvemos.

$$\log_2 64 + \log_2 1/4 - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2} = 6 + (-2) - (2) - (1/2) = 3/2$$

b)  $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

$$\log_2 \frac{1}{32} = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{-5} \rightarrow x = -5 \quad \log_3 \frac{1}{27} = x \Leftrightarrow 3^x = 3^{-3} \rightarrow x = -3$$

$$\log_2 1 = x \Leftrightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0$$

$$\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1 = -5 + (-3) = -8$$

6. Halla el valor de: a)  $\log 1000 - \log 0,001 + \log \frac{1}{1000}$  b)  $\log 7 + \log \frac{1}{7}$

a)  $\log 1000 - \log 0,001 + \log \frac{1}{1000} = \log 10^3 - \log 10^{-3} + \log 1 + \log 10^{-3} \rightarrow$

$$3 \log 10 + 3 \log 10 + 0 - 3 \log 10 = 3 + 3 - 3 = 3$$

b)  $\log 7 + \log \frac{1}{7} = \log 7 + \log 1 - \log 7 = 0$