

REGLA DE L'HÔPITAL

La **regla de L'Hôpital** se aplica para resolver límites que han dado lugar a indeterminaciones del tipo $\frac{0}{0}$ o del tipo $\frac{\infty}{\infty}$.

REGLA DE L'HÔPITAL

Sean f y g dos funciones reales tales que:

- f y g son derivables en $x = a$
- $g'(x) \neq 0$ para todo $x \in \text{Dom}g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

Entonces se tiene que:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = l \in \mathbb{R} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = l$$

Ejemplo 1:

Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{sen}(x-1)}{x^2-3x+2}$

Solución:

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{sen}(x-1)}{x^2-3x+2} = \frac{0}{0}$, por lo que aplicamos la regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{sen}(x-1)}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(x-1)}{2x-3} = \frac{1}{-1} = -1$$

Ejemplo 2: (Aplicando dos veces la regla de L'Hôpital)

Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$

Solución:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{0}{0}$, por lo que aplicamos la regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-\cos x)'}{(x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} x}{2x} = \frac{0}{0}$$

Volvemos a aplicar la regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{2} = \frac{1}{2}$$

De donde concluimos que:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

Ejemplo 3 (Indeterminación del tipo $\frac{\infty}{\infty}$)

Calcula $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{5x-3}$

Solución:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{5x-3} = \frac{+\infty}{+\infty}$, por lo que aplicamos la regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{5x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)'}{(5x-3)'} = \frac{1}{5}$$