

REGLA DE CRAMER

Ejercicios

1. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 10 \\ 4x - y + z = 4 \\ -2x + y + z = -2 \end{cases}$$

2. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 2y - z = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

3. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} -x + y + z = 3 \\ x - y + z = 7 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

4. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 3z = 16 \\ 5x + 4y + z = 16 \\ 2x + 2y + 3z = 15 \end{cases}$$

5. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} -x + 2y - z = 0 \\ x - 3y + z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

6. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ -x + 2y + z = 4 \\ 3x + y + z = 6 \end{cases}$$

SOLUCIONES

1. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 10 \\ 4x - y + z = 4 \\ -2x + y + z = -2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -18$$

De donde:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 2 & -2 \\ 4 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-18} = \frac{-36}{-18} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 10 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}}{-18} = \frac{-54}{-18} = 3$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 10 \\ 4 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{-18} = \frac{18}{-18} = -1$$

2. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 2y - z = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3$$

De donde:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{3} = \frac{3}{3} = 1 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

3. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} -x + y + z = 3 \\ x - y + z = 7 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 4$$

De donde:

$$|A_x| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 7 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 16 \quad |A_y| = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 8 \quad |A_z| = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 20$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{16}{4} = 4 \quad y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{8}{4} = 2 \quad z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{20}{4} = 5$$

4. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 3z = 16 \\ 5x + 4y + z = 16 \\ 2x + 2y + 3z = 15 \end{cases}$$

Solución:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 10$$

De donde:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 16 & 2 & 3 \\ 16 & 4 & 1 \\ 15 & 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{10}{10} = 1 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 16 & 3 \\ 5 & 16 & 1 \\ 2 & 15 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{20}{10} = 2$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 & 16 \\ 5 & 4 & 16 \\ 2 & 2 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{30}{10} = 3$$

5. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} -x + 2y - z = 0 \\ x - 3y + z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -3$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -3 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{-9}{-3} = 3; \quad z = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{-14}{-3} = \frac{14}{3}$$

La solución del sistema es: $(x, y, z) = \left(\frac{4}{3}, 3, \frac{14}{3}\right)$

6. Resuelve, con ayuda de la regla de Cramer, el siguiente sistema compatible determinado:

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ -x + 2y + z = 4 \\ 3x + y + z = 6 \end{cases}$$

Solución:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 12$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{12} = \frac{12}{12} = 1; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix}}{12} = \frac{24}{12} = 2; \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{vmatrix}}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

La solución del sistema es: $(x,y,z) = (1,2,1)$