

Discusión y resolución de sistemas de ecuaciones

Al intentar resolver un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, puede ocurrir una de estas tres cosas:

- 1) El sistema sea compatible determinado. Hay una única solución.
- 2) El sistema es compatible indeterminado. Hay infinitas soluciones.
- 3) El sistema es incompatible. No hay solución.

Ejemplo (Sistema compatible determinado):

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 3z = -16 \\ 3x + y - 2z = -10 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{array} \right\}$$

Al resolverlo encontraremos que el sistema es compatible determinado y su solución es:

$$x = 1, y = 5, z = 9$$

Ejemplo (Sistema compatible indeterminado):

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 3z = 4 \\ 2x - y - z = 6 \\ 3x - 2y + 2z = 10 \end{array} \right\}$$

Al resolverlo encontraremos que el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones) y las soluciones vendrán dadas por:

$$x = 2 + 4\lambda \quad y = -2 + 7\lambda \quad z = \lambda \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Ejemplo (Sistema incompatible):

$$\left. \begin{array}{l} -y + z = -2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ 2x + 4y + 8z = 1 \end{array} \right\}$$

Al intentar resolverlo veremos que es un sistema incompatible (no tiene solución), ya que

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y + 4z = 3 \\ -y + z = -2 \\ 0 = -5 \end{array} \right\}$$



Ejercicio:

Discute y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2y + 3z = 15 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x + y - 3z = 2 \\ 2x - y + z = -4 \\ 3x + y + 5z = 10 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + 4y + z = 3 \\ -x + 5y = 3 \end{cases}$$

d)

$$\begin{cases} -x + 2y - z = 1 \\ 2x - 4y + 2z = 3 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

e)

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + z = 4 \\ y + z = 5 \end{cases}$$

Soluciones:

- a) Sistema Compatible Determinado. $x = 3, y = 3, z = 3$
- b) Sistema Compatible Determinado: $x = 0, y = 5, z = 1$
- c) Sistema Compatible Indeterminado. $(-3 + 5t, t, 6 - 9t), t \in \mathbb{R}$
- d) Sistema Incompatible. No tiene solución.
- e) Sistema Compatible Determinado. $x = 1, y = 2, z = 3$

