

ECUACIONES MATRICIALES

Para resolver las ecuaciones matriciales, primero despejamos la matriz incógnita y después realizamos las operaciones con matrices resultantes.

*Recuerda que para despejar en $AX = B$ se tiene $A^{-1}AX = A^{-1}B$, es decir, $X = A^{-1}B$.
Para despejar en $XA = B$ se tiene $XAA^{-1} = BA^{-1}$, es decir, $X = BA^{-1}$.*

Ejemplo:

Resuelva la siguiente ecuación matricial: $AX - 2B = C$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$AX - 2B = C \Leftrightarrow AX = C + 2B \Leftrightarrow A^{-1}AX = A^{-1}(C + 2B) \Leftrightarrow X = A^{-1}(C + 2B)$$

Veamos si A es inversible y en caso de serlo calculemos su inversa:

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 + 2 = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ es inversible.}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}(A)^t = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Por otra parte

$$C + 2B = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

de manera que

$$X = A^{-1}(C + 2B) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 23 \\ 15 \end{pmatrix}$$