# REGLA DE CRAMER

La **regla de Cramer** se aplica para resolver sistemas de ecuaciones lineales que cumplan las siguientes condiciones:

1 El número de ecuaciones es igual al número de incógnitas.
2 El determinante de la matriz de los coeficientes es distinto de cero.

Tales sistemas son sistemas compatibles determinados y se denominan **sistemas de Cramer**.

## REGLA DE CRAMER

Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} ax + by + cz = j \\ dx + ey + fz = k \\ gx + hy + iz = l \end{cases}$$

del que sabemos que el determinante de la matriz de los coeficientes es distinto de cero, es decir:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \neq 0$$

Podemos encontrar el valor de las incógnitas x, y , z, utilizando las siguientes fórmulas:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} j & b & c \\ k & e & f \\ l & h & i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}}; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & j & c \\ d & k & f \\ g & l & i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}}, \quad z = \frac{\begin{vmatrix} a & b & j \\ d & e & k \\ g & h & l \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}}$$

**<u>Ejemplo:</u>**

Resuelve, si es posible, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 2 \\ -2x + y - 7z = 0 \\ 3x - y + 8z = 2 \end{cases}$$

Sea A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -7 \\ 3 & -1 & 8 \end{pmatrix}$ yla matriz de los coeficientes del sistema y A’ = $\left(\begin{array}{ccc:c} 3 & 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -7 & 0 \\ 3 & -1 & 8 & 2 \end{array}\right)$ la matriz ampliada.

Para saber el rango de la matriz A, calculamos su determinante:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -7 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix} = 24 + 2 - 42 - (3 - 32 + 21) = -16 - (-8) = -8 \neq 0$$

Por lo tanto, rg(A)=3

$|A'| \neq 0 \Rightarrow$ rg(A´) = 3

De donde rg(A) = rg(A') = nº incógnitas = 3, por lo que el Sistema es Compatible Determinado y podemos utilizar la regla de Cramer para resolverlo:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}}{-8} = \frac{-28}{-8} = \frac{7}{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -7 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}}{-8} = \frac{28}{-8} = -\frac{7}{2}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{-8} = \frac{12}{-8} = -\frac{3}{2}$$