

LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Actividades

1. Clasifica los siguientes números en racionales o irracionales. ¿Es alguno de ellos un número entero?

$$\frac{41}{13}, -\sqrt{49}, 3\sqrt{5}, 53, \hat{7}$$

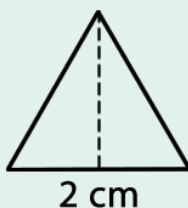
$$\sqrt[3]{10}, \pi^2, \frac{\sqrt{9}}{2}, 0,1212\dots$$

2. Clasifica los siguientes números en racionales o irracionales. ¿Es alguno de ellos un número entero?

$$-2, \emptyset^2, 1+\sqrt{2}, 3,24$$

$$\sqrt[3]{8}, 3\pi, \frac{\sqrt{16}}{2}, 0,\hat{1}$$

3. Determina la altura de un triángulo equilátero de lado 2. ¿Qué tipo de número has obtenido?



4. Calcula el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de radio 10 cm.

Un número es **irracional** si posee infinitas cifras decimales no periódicas (por lo tanto, no puede expresarse en forma de fracción).

Hay infinitos números irracionales. Algunos de los más interesantes son:

- La diagonal del cuadrado de lado 1: $\sqrt{2}$.
- La diagonal de un pentágono de lado 1: $\emptyset = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (Número áureo)
- La relación entre la longitud de una circunferencia y su radio: π

Observa que:

$$\sqrt{2} = 1,414213562\dots$$

$$\emptyset = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,61803398\dots$$

$$\pi = 3,14159265\dots$$

son números decimales con infinitas cifras no periódicas.

RADICALES. SIMPLIFICACIÓN

Extraer factores de un radical.

Si algún factor del radicando tiene por exponente un número mayor que el índice, se puede **extraer** fuera del radical dividiendo el exponente del radicando entre el índice. El cociente es el exponente del factor que sale fuera y el resto es el exponente del factor que queda dentro.

Racionalizar una expresión con un radical en el denominador, consiste en encontrar una expresión equivalente que no tenga raíces en el denominador.

Para ello se multiplica numerador y denominador por la expresión adecuada para que, al operar, la raíz desaparezca.

Actividades

1. Simplifica:

a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt{18}$

c) $\sqrt{32}$ d) $\sqrt{50}$

e) $\sqrt{98}$ f) $\sqrt{\frac{128}{3}}$

g) $\sqrt{\frac{162}{5}}$ h) $\sqrt{\frac{200}{3}}$

2. Simplifica:

a) $\sqrt[3]{600}$ b) $\sqrt[5]{1000}$

Un **radical** es una expresión de la forma $\sqrt[n]{a^m}$ donde m y n son números naturales y a es un número real (o una variable).

Son radicales las expresiones:

$$\sqrt{8}, \sqrt[3]{7}, \sqrt{a^2b}, \dots$$

Simplificación de radicales

Simplificar un radical es escribirlo en la forma más sencilla, de manera que:

- El índice y el exponente sean primos entre sí.
- No se pueda extraer ningún factor del radicando.
- El radicando no tenga ninguna fracción.

Los pasos a seguir para simplificar un radical con los siguientes:

1. Factorizar el término que aparece dentro del radical.
2. Extraer factores, si se puede.
3. Racionalizar, en caso de que sea necesario.

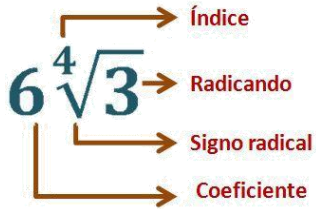
Simplifica el siguiente radical: $\sqrt{20}$

$$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{5}$$

Simplifica el siguiente radical: $\sqrt{\frac{20}{3}}$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{20}{3}} &= \sqrt{\frac{2^2 \cdot 5}{3}} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}} = \sqrt{4} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \\ &= 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \sqrt{15} = \frac{2}{3} \sqrt{15} \end{aligned}$$

OPERACIONES CON RADICALES. SUMA Y RESTA



Podemos sumar y restar radicales cuando estos tengan el mismo índice y el mismo radicando.

Calcula la siguiente suma de radicales:

$$8\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (8 + 2)\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

Calcula la siguiente resta de radicales:

$$6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = (6 - 2)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

Actividades

1. Calcula:

- a) $3\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$
- b) $4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$
- c) $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$
- d) $\sqrt{3} + \sqrt{27}$
- e) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$
- f) $\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{45}$

2. Calcula:

- a) $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} =$
- b) $\sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{48} =$
- c) $\sqrt{45} + \sqrt{20} =$
- d) $\sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18} =$
- e) $\sqrt{9a} - \sqrt{36a} + \sqrt{25a} =$

También podemos combinar sumas y restas (siempre que tengamos el mismo índice y el mismo radicando).

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = (3 + 5 - 1)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

A veces el radical puede simplificarse antes de sumar o restar el radical.

Simplifica y calcula: $8\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{5}$

Estos radicales no son semejantes pues los radicandos no son iguales, 20, 45 y 5. Pero vamos a extraer de cada radical todos los factores que se puedan:

$$\begin{aligned} 8\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{5} &= 8\sqrt{2^2 \cdot 5} + 3\sqrt{3^2 \cdot 5} - \sqrt{5} = \\ &= 16\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - \sqrt{5} = \\ &= (16 + 9 - 1)\sqrt{5} = 24\sqrt{5} \end{aligned}$$

OPERACIONES CON RADICALES. MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

a) $\frac{12\sqrt{12}}{3\sqrt{27}}$ b) $\frac{6\sqrt{75}}{3\sqrt{3}}$

Recuerda



Podrás calcular el cociente de radicales con índice diferente de 2.

$$\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

Actividades

1. Calcula los siguientes productos de radicales:

a) $\sqrt{48} \cdot \sqrt{72}$

b) $\sqrt{108} \cdot \sqrt{20}$

c) $\sqrt{98} \cdot \sqrt{50}$

2. Calcula las siguientes divisiones de radicales:

a) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} =$

b) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} =$

c) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} =$

3. Calcula la siguiente división de radicales:

$$\frac{\sqrt[4]{405}}{\sqrt[4]{5}} =$$

4. Multiplica y simplifica.

a) $4\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5}$

b) $3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{6}$

c) $5\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$

5. Resuelve:

$$(\sqrt{3} + 5)^2 =$$

6. Divide y simplifica:

Producto de radicales

Para multiplicar radicales con el mismo índice, se multiplican los radicandos y se mantiene el índice.

Calcula el siguiente producto de radicales:

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9$$

Calcula el siguiente producto de radicales:

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{5 \cdot 2} = \sqrt{10}$$

División de radicales

Para dividir radicales con el mismo índice, se dividen los radicandos y se mantiene el índice.

Calcula la siguiente división de radicales:

$$\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = \sqrt{25} = 5$$

Calcula la siguiente división de radicales:

$$\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{100}{2}} = \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 5^2} = 5\sqrt{2}$$

Calcula la siguiente división de radicales:

$$\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{16}} = \sqrt[3]{\frac{250}{16}} = \sqrt[3]{\frac{5^3 \cdot 2}{2^3 \cdot 2}} = \frac{5}{2}\sqrt[3]{1} = \frac{5}{2}$$